

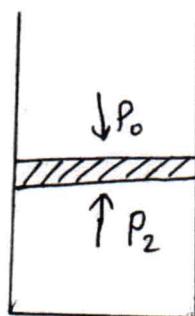
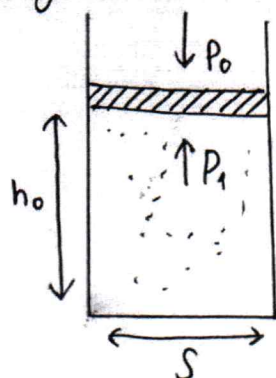
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-14-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	8	13	10	15	10	10	15	81

Вариант 1

7 Задача.



Равновесие
 $P_0 = P_2$

Запишем уравнение Менделеева - Клапейрона:

$$PV = \nu RT$$

$$P_1 h_0 S = \frac{m}{M} RT \quad P_2 = 2P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{P_0}{2}$$

$$\frac{P_0}{2} \cdot h_0 \cdot S = \frac{m}{M} RT, \text{ отсюда}$$

$$\approx 0,0008 \text{ кг}$$

$$\text{ответ: } 0,0008 \text{ кг}$$

$$m = \frac{M \cdot P_0 \cdot h_0 \cdot S}{2RT} = \frac{0,018 \cdot 10^5 \cdot 0,3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373}$$

4 Задача.

$$a_1 = A$$

$$(a_2 + a_{2023} + a_{2024}) = B$$

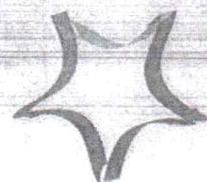
$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$A \cos x + B \sin x = R \sin(x + \varphi), \text{ где } \cos \varphi = \frac{1}{R}; \sin \varphi = \frac{B}{R}$$

$$\max(\sin(x + \varphi)) = 1, \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

⇓

$$\max(R \sin(x + \varphi)) = R$$



Задание	Баллы
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Всего	

Имп 14-11-01

Вариант 1

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{\cos^2 10^\circ + (\cos 100^\circ + \cos(10^{2023})^\circ + \cos(10^{2024})^\circ)^2}$$

Решение

при $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$

10^n умножен остаток 28 при делении на 36.
Возможны следующие:

$$n=2 \quad 100 = 36 \cdot 2 + 28$$

$$\text{иначе } 10^n = 36x + 28, \text{ где } x \in \mathbb{N}$$

$$\text{возра, } 10^{n+1} = 10 \cdot 10^n = 10(36x + 28) = 360x + 280 = 36 \cdot 10x + 7 \cdot 36 + 28$$

$$= 36 \cdot 10x + 7 \cdot 36 + 28 = 36(10x + 7) + 28$$

из этого следует, что $10^{n+1} = 360x + 280$ при $n \geq 2$.

Значит:

$$\cos(10^{2023})^\circ = \cos(10^{2024})^\circ = \cos(280^\circ) = -\cos 100^\circ$$

$$\cos 100^\circ = \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ$$

$$R = \sqrt{\cos^2 10^\circ + (-\sin 10^\circ + \sin 10^\circ + \sin 10^\circ)^2}$$

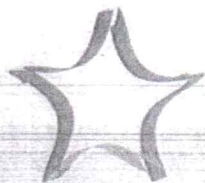
$$R = \sqrt{\cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ} = \sqrt{1}$$

$$R = 1$$

Ответ: найденное значение равно 1

верно.

10.



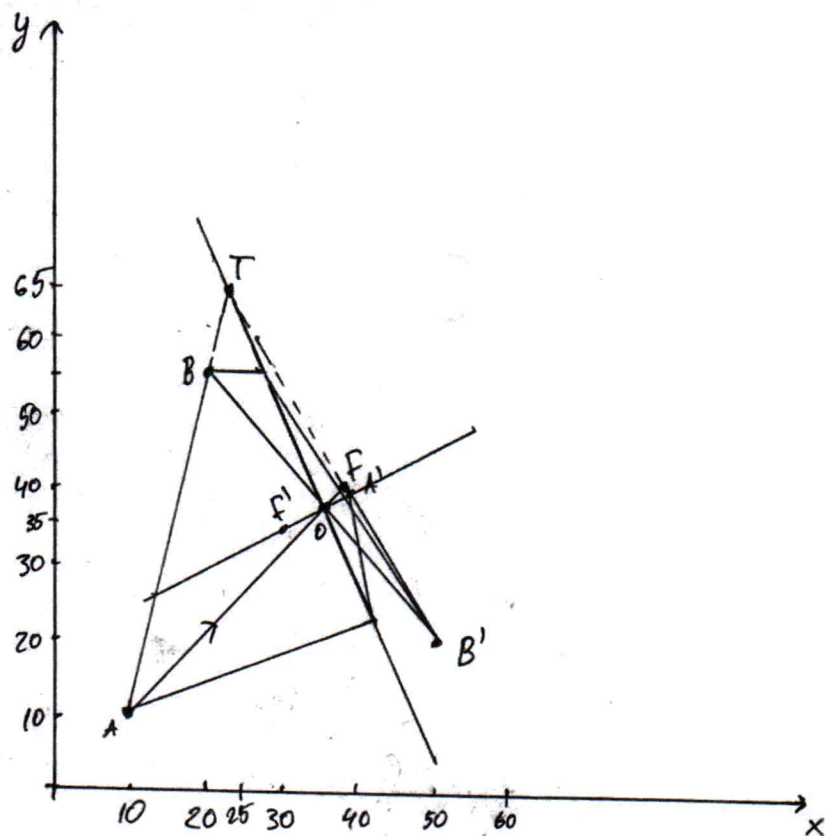
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

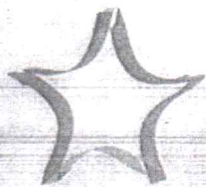
Вариант 1

⑧ Задание



Последовательность действий:

- 1) Оптический центр O лежит на пересечении лучей AA' и BB' .
- 2) Линза собирающая, так как изображение перевернуто.
- 3) Точка T пересечение прямых AB и $A'B'$. Она лежит в плоскости линзы.
- 4) Перпендикуляр к OT является главной оптической осью линзы.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-01-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

5) По правилу построения изображений в собирающей линзе находим главный фокус линзы F

5) Симметрично F относительно O откладываем побочный фокус F' .

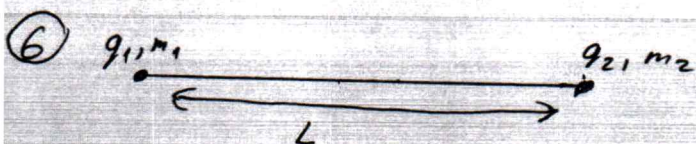
Ответ: координаты оптического центра $(25; 65)$
координаты F и F' : $(40, 40)$ и $(30; 35)$

⑤ Задание.

Травик вымывает таким образом из-за наличия сопротивления воздуха. В момент времени $t=2c$, ускорение равно ускорению свободного падения. В этот момент времени тело находится в самой верхней точке своей траектории и его скорость $V=0$ м/с.

Чтобы найти начальную скорость тела, можно найти площадь под графиком. $V_0 = 30$ м/с

Ответ: $V_0 = 30$ м/с



$$ЗСН: m_1 v_1 = m_2 v_2 = P$$

Запасенная потенциальная энергия:

$$\text{Электростатическая энергия } W_0 = k \frac{q_1 q_2}{L}$$

$$\text{Гравитационная } P_0 = - \frac{G m_1 m_2}{L}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Через достаточно большой промежуток времени они разлетятся на достаточно большое расстояние и все энергии перейдет в кинетическую.

$$W_0 + \Pi_0 = K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{p^2}{2m_1} + \frac{p^2}{2m_2} = \frac{p^2}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)$$

$$p = \sqrt{\frac{2(W_0 + \Pi_0)}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}}} = \sqrt{\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{k q_1 q_2 - G m_1 m_2}{L}}$$

$$v_1 = \frac{p}{m_1} = \sqrt{\frac{2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{k q_1 q_2 - G m_1 m_2}{L}}$$

$$v_2 = \frac{p}{m_2} = \sqrt{\frac{2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{k q_1 q_2 - G m_1 m_2}{L}}$$

Ответ: $v_1 = \sqrt{\frac{2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{k q_1 q_2 - G m_1 m_2}{L}}$
 $v_2 = \sqrt{\frac{2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{k q_1 q_2 - G m_1 m_2}{L}}$

③ Задание

Можно эту задачу представить в виде:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 16$$

доказать, что $2a + 3b - 6c \leq 28$
 $(2^x = a; \sin^2 y = b; \ln^3 z = c)$

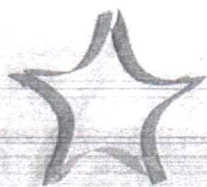
$$2a + 3b - 6c = 2(a-0) + 3(b-0) - 6(c-0)$$

воспользуемся методом Коши:

$$2(a-0) + 3(b-0) - 6(c-0) \leq \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{(a-0)^2 + (b-0)^2 + (c-0)^2}$$

упрощая получим: $2a + 3b - 6c \leq \sqrt{49} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, $a^2 + b^2 + c^2 = 16$
 $2a + 3b - 6c \leq 7 \cdot \sqrt{16}$
 $2a + 3b - 6c \leq 28$ и т.д.





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

② Задание

$$x = \log_? x \quad y = \log_? y \quad z = \log_? z$$

какое
основание?

-2

опз?
-2

$$\frac{x \cdot y}{x + y} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\log 3 \log 4}{\log 2} = \frac{2}{3} \log 3$$

$$\frac{y \cdot z}{y + z} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\log 3 \log 25}{\log 5} = \frac{6}{5} \log 3$$

$$\frac{z \cdot x}{z + x} = \frac{\log 27 \cdot \log 2}{\log 16} = \frac{3}{4} \log 3$$

$$x + y = \frac{3 \log 2}{\log 3 \log 4} \cdot x y$$

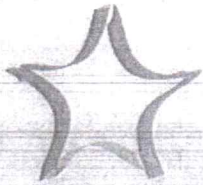
$$y + z = \frac{5}{3} \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} \cdot y z$$

$$z + x = \frac{\log 16}{\log 27 \log 2} \cdot z x$$

$$z \left(1 - \frac{\log 16}{\log 27 \log 2} \cdot x \right) = -x$$

$$z = \frac{x}{\frac{\log 16}{\log 27 \log 2} \cdot x - 1}$$

$$y = \frac{z}{\frac{5}{3} \cdot \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} \cdot z - 1} = \frac{x}{\frac{\log 16}{\log 27 \log 2} \cdot x - 1} \cdot \frac{1}{\frac{5}{3} \cdot \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} - \frac{x}{\frac{\log 16}{\log 27 \log 2} \cdot x - 1} - 1}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$= \frac{x}{\frac{5}{3} \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} x - \frac{\log 16}{\log 27 \log 2} x + 1}$$

$$x + \frac{x}{\frac{5}{3} \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} x - \frac{\log 16}{\log 27 \log 2} x + 1} = \frac{3 \log 2}{\log 3 \log 4} x \cdot \frac{x}{\frac{5}{3} \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} x - \frac{\log 16}{\log 27 \log 2} x + 1}$$

$$\frac{5}{3} \frac{\log 5}{\log 3 \log 25} x - \frac{\log 16}{\ln 27 \ln 2} x + 2 = \frac{3 \ln 2}{\ln 3 \ln 4} x$$

$$x = \frac{2}{\frac{3 \ln 2}{\ln 3 \ln 4} + \frac{\ln 16}{\ln 27 \ln 2} - \frac{5}{3} \frac{\ln 5}{\ln 3 \ln 25}} = \log 3$$

$$x = 3 \quad y = 9 \quad z = 27$$

Ответ: $(x; y; z) = (3; 9; 27)$

① Задание.

Валедствие Теореме ФАЛЕСА
МННА и НРНВС



$$MN \cap AB = R$$

$$NP \cap BC = K$$

$$K \in (MNP) \quad K \in (ABC)$$

$$R \in (MNP) \quad R \in (ABC)$$



$$(MNP) \cap (ABC) = KR$$

Где рисунок?

Прямые не пересекаются!



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 14-11-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$CD \parallel RK$ так как $AB \parallel CD$

$AB \cap RK = R$ ($AB, CD, RK \subset (ABC)$)

$CD \cap RK = Q$ аналогично $AD \cap RK = E$

$Q \in RK \subset (MNP)$
 $Q \in CD \subset (SCD) \Rightarrow (MNP) \cap (SCD) = PQ$?

Пусть $PQ \parallel SD \Rightarrow SD \parallel (MNP) \Rightarrow SD \parallel ME \Rightarrow \frac{DQ}{QC} = \frac{1}{4}$ и $\frac{DE}{EA} = \frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DE}{KC} = \frac{1}{4} \\ \frac{DE}{EA} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BC}{CK} = \frac{AD}{CK} = \frac{3}{4}$$

По Т. Менелая: $\frac{SP}{PC} \cdot \frac{CK}{KB} \cdot \frac{BN}{ND} = 1$
 $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{BN}{ND} = 1 \Rightarrow \frac{BN}{ND} = 7$ и

по условию задачи $\Rightarrow 703 \Rightarrow PQ \nparallel SD$

$PQ \cap SD = T$

$T \in PDC(MNP) \Rightarrow SD \cap (MNP) = T$ $MNPT$ - сечение.

(MNP) пересекает $SABCD$ $\frac{ST}{TD}$ - искомое отношение.

$B \triangle \triangle BSC$ по Т. Менелая

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{CK}{KB} \cdot \frac{ST}{TD} = 1 \Rightarrow \frac{CK}{KB} = 7$$

$B \triangle ASB$ по Т. Менелая

$$\frac{AR}{RB} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{DQ}{QC} = \frac{EQ}{QC} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{ST}{TD} \cdot \frac{DQ}{QC} \cdot \frac{CP}{PS} = 1 \Rightarrow \frac{ST}{TD} = \frac{1}{3}$$

Требуется найти в каком отношении MNP делит SB
 Ответ: 1