



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 48-11-07

№8.

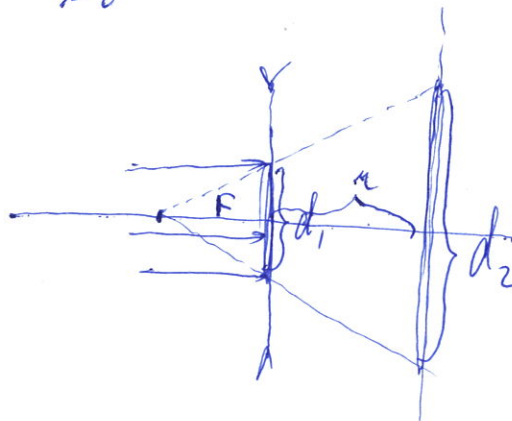
Дано:

$$D_p = -5 \text{ дптр}$$

$D_c = ?$

$$d_1 = 6 \text{ см};$$

$$d_2 = 12 \text{ см}$$

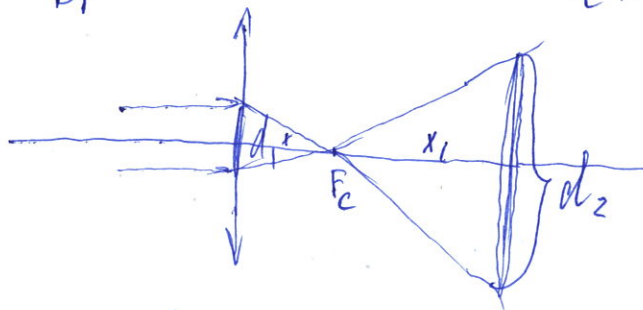


κ - расстояние от линзы до
экрана

$$\frac{F}{F + \kappa} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\frac{\frac{1}{D_p}}{\frac{1}{D_p} + \kappa} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{0,2 \text{ м}}{0,2 \text{ м} + \kappa} = \frac{1}{2}$$

$$\kappa = 0,2 \text{ м}$$



$$\frac{x}{x_1} = \frac{d_1}{d_2} ; \quad x + x_1 = \kappa$$

$$x_1 = 2x$$

$$3x = \kappa ; \quad x = F_c$$

$$3x = 0,2 \text{ м}$$

$$D_c = \frac{1}{F_c} = \left(\frac{0,2 \text{ м}}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{0,2} \Rightarrow x = \frac{0,2}{3} \text{ м} ; \quad F_c = \frac{0,2}{3} \text{ м}$$

Ответ: $D_c = 15 \text{ дптр}$.

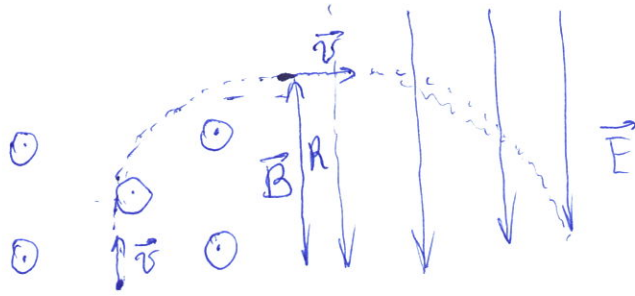
$$\Rightarrow \frac{3 \cdot 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ дптр}$$

15.

Дано:

Решение:

h ;
 m ;
 q ;
 B ;
 E ;
 τ ?



В магнитном поле:

$$Bq v = m \frac{v^2}{R}$$

$$Bq = \frac{mv}{R}$$

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

$$\tau = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m v}{Bq v} = \frac{2\pi m}{Bq}$$

$$t_1 = \frac{1}{4} \tau = \frac{2\pi m}{Bq \cdot 4} = \frac{\pi m}{2Bq}$$

В электрическом поле:

$$Eq = mg$$

$$g = \frac{Eq}{m}$$

$$Eq t_2 = v_y m$$

$$t_2 = \frac{v_y m}{Eq}$$

$$R = \frac{g t_2^2}{2}$$

$$t_2 = \frac{v_y m}{Eq}$$

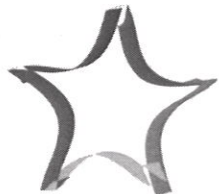
$$\frac{mv}{Bq} = \frac{Eq}{m \cdot 2} \cdot t_2^2$$

$$\frac{m^2 v^2}{q^2 B E} = t_2^2$$

$$\frac{mv^2}{2} + m \frac{Eq}{m} \cdot \frac{mv}{Bq} = \frac{mv^2}{2}, \quad \frac{v^2}{2} + \frac{Ev}{B} = \frac{v^2 + v_y^2}{2}, \quad \frac{Ev}{B} = \frac{v_y^2}{2}$$

$$v_y = \sqrt{\frac{2Ev}{B}}; \quad v_y = g t_2; \quad \sqrt{\frac{2Ev}{B}} = \frac{Eq}{m} t_2;$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{\frac{2Ev}{B}} m}{Eq} \quad t_2 = \sqrt{\frac{2Ev}{B}} \cdot \frac{m}{Eq} = \sqrt{\frac{2Ev}{BE^2}} \cdot \frac{m}{q} = \sqrt{\frac{2v}{BE}} \cdot \frac{m}{q}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 48-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

№ 3

$$f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b, \quad a > 0$$

$$(3a+1)^2 - 4ab \leq 0$$

$$9a^2 + 6a + 1 - 4ab \leq 0$$

$$25a^2 - 16a^2 + 6a + 1 - 4ab \leq 0$$

$$25a^2 + 6a + 1 \leq 16a^2 + 4ab$$

$$25a^2 + 6a + 1 \leq 4(4a + b)$$

$$\frac{25a^2 + 6a + 1}{4} \leq 4a + b$$

$$y = \frac{25a^2 + 6a + 1}{4}$$

$$y' = \frac{1}{4}(50a + 6)$$

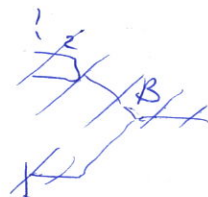
$$y' = 0$$

$$50a + 6 = 0$$

$$50a = -6$$

$$a = -\frac{6}{50}$$

$$y_{\min} = -\frac{6}{50} = -\frac{3}{25}$$



$$\frac{28 \cdot \frac{25 \cdot 9}{25 \cdot 25} - \frac{6 \cdot 3}{25} + 1}{4} = \frac{\frac{9}{25} - \frac{18}{25} + 1}{4} = \frac{-\frac{9}{25} + 1}{4} =$$

$$= \frac{\frac{25 - 9}{25}}{4} = \frac{16}{25 \cdot 4} = \frac{4}{25}$$

Наименьшее значение выражения $4a+b$ равно $\frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16$

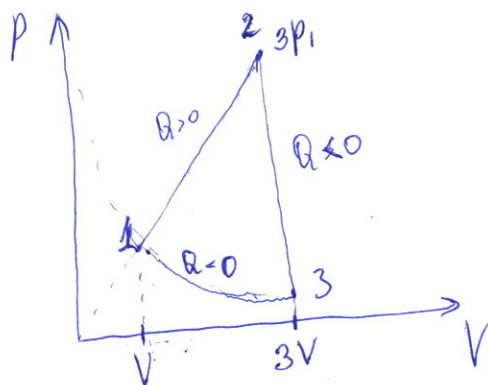
Ответ: $\frac{4}{25}$.

17.

Дано:

$$A_{12} = 3,64 A_{31}$$

$\eta = ?$



$$A_n = A_{12} - A_{13} = 3,64 A_{31} - A_{31} = 2,64 A_{31}$$

$$A_{12} = \frac{1}{2} (p_1 + p_2) \cdot 2V = (p_1 + p_2) V = 4p_1 V$$

$$Q_{12} = U_{12} + A_{12} = (p_1 + p_2) V + \frac{3}{2} \gamma R (9T_1 - T_1) = (p_1 + p_2) V + 12p_1 V = 4p_1 V + 12p_1 V = 16p_1 V$$

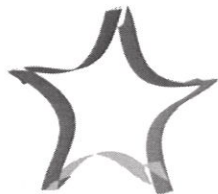
$$Q_{23} = \frac{3}{2} \gamma R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \gamma R (T_1 - 9T_1) = -12p_1 V$$

$$Q_{31} = A_{31} = \frac{A_{12}}{3,64} = -\frac{4p_1 V}{3,64}$$

$$A_n = \frac{2,64 \cdot 4p_1 V}{3,64} = \frac{28 \cdot 4 \cdot 4p_1 V}{364}$$

$$\eta = \frac{A_n \cdot 100\%}{A_{12}} = \frac{1650}{91} \%$$

Ответ: $\frac{1650}{91} \%$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 48-11-07

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

✓ 1.

$$7\sqrt{2 - \log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3|2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5|$$

Пусть $\log_3 x = t$; $2 - t \geq 0$ * $x > 0$
 $t \leq 2$

$$7\sqrt{2-t} - 3|2t-5| \leq 7t - 3|2\sqrt{2-t}-5|$$

$$7\sqrt{2-t} - 3(5-2t) \leq 7t - 3|2\sqrt{2-t}-5|$$

$$7\sqrt{2-t} - 15 + 6t \leq 7t - 3|2\sqrt{2-t}-5|$$

$$7\sqrt{2-t} - 15 \leq t - 3|2\sqrt{2-t}-5|$$

При $2\sqrt{2-t}-5 \geq 0$

$$2\sqrt{2-t} \geq 5$$

$$4(2-t) \geq 25$$

$$8-4t \geq 25$$

$$4t \leq -17$$

$$t \leq -\frac{17}{4}$$

$$t \leq -4\frac{1}{4}$$

$$7\sqrt{2-t} - 15 \leq t - 3(2\sqrt{2-t}-5)$$

$$7\sqrt{2-t} - 15 \leq t - 6\sqrt{2-t} + 15$$

$$13\sqrt{2-t} \leq t + 30; t + 30 \geq 0$$

$$13\sqrt{2-t} \leq t^2 + 60t + 900 \quad t \geq -30$$

$$169(2-t) \leq t^2 + 60t + 900$$

$$338 - 169t \leq t^2 + 60t + 900$$

$$t^2 + 229t + 562 \geq 0; t \in \emptyset$$

$$2\sqrt{2-t}-5 < 0$$

$$-4\frac{1}{4} < t \leq 2$$

$$7\sqrt{2-t} - 15 \leq t + 6\sqrt{2-t} - 15$$

$$\sqrt{2-t} \leq t; t \geq 0$$

$$2-t \leq t^2$$

$$t^2 + t - 2 \geq 0$$

$$y = t^2 + t - 2$$

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$\begin{cases} t^2 - 2 \\ t = 1 \end{cases}$$



$$1 \leq t \leq 2$$

$$1 \leq \log_3 X \leq 2$$

$$\log_3 3 \leq \log_3 X \leq \log_3 9$$

$$3 \leq X \leq 9$$

$$X \in [3; 9]$$

ответ: $[3; 9]$.

Дано:

$$C = 500 \text{ мкФ}$$

$$= 500 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом};$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом};$$

$$U_0 = 420 \text{ В};$$

$$q = ?$$

Решение:

Решение:

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{R_3 + R_4 + R_1 + R_2}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$R_{\text{общ}} = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

$$I_{\text{общ}} = \frac{U_0}{R_{\text{общ}}}$$

$$U_{12} = U_{34} = U_0$$

$$R_{12} I_{12} = R_{34} I_{34}$$

$$I_{12} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}; \quad I_{34} = \frac{U_0}{R_3 + R_4}$$

$$U_1 = I_{12} \cdot R_1 = \frac{U_0 R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_2 = I_{34} \cdot R_3 = \frac{U_0}{R_3 + R_4} \cdot R_3 = \frac{U_0 R_3}{R_3 + R_4}$$

$$U_x = U_1 - U_2 = U_0 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right)$$

$$q = C U_x = C U_0 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) = 500 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 420 \text{ В}$$

$$\cdot \left(\frac{20 \text{ Ом}}{30 \text{ Ом}} - \frac{40 \text{ Ом}}{70 \text{ Ом}} \right) = 500 \cdot 420 \cdot \frac{2}{21} \text{ мкКл} =$$

$$= 500 \cdot 20 \cdot 2 \text{ мкКл} = 1000 \cdot 20 \text{ мкКл} = 20000 \text{ мкКл}$$

$$= 20 \text{ мКл}$$

ответ: 20 мКл

