10-06-504

Иванов

шифр 63-10-96

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	12	10	0	10	6	3	15	56

Вариант №1

№1 $9\sqrt{8-7x} - 2|4x-7| \le 9x - 2|4\sqrt{8-7x}-7|$ ОДЗ: $8 \ge 7x$, $x \le \frac{7}{8}$

т.к. $x \le \frac{7}{8}$, то $4x-7<0$ =>:

$9\sqrt{8-7x} + 8x - 14 \le 9x - 2|4\sqrt{8-7x}-7|$

$9\sqrt{8-7x} - 14 \le x - 2|4\sqrt{8-7x}-7|$

Если $4\sqrt{8-7x}-7 \ge 0$, то: $9\sqrt{8-7x} - 14 \le x - 8\sqrt{8-7x} + 14$

$4\sqrt{8-7x} \ge 7$

$\sqrt{8-7x} \ge \frac{7}{4}$

$\frac{49}{16} \le 8-7x$

$7x \le \frac{79}{16}$

$x \le \frac{79}{16\cdot 7}$

$17\sqrt{8-7x} \le x + 28$ ОДЗ $x \ge -28$

$289(8-7x) \le x^2 + 28^2 + 56x$

$x^2 + 56x + 7\cdot 289x - 289\cdot 8 + 28^2 \ge 0$

Примерно видно, что этот вариант не подходит, а значит:

$4\sqrt{8-7x}-7 \le 0$: $9\sqrt{8-7x} \le x + 8\sqrt{8-7x} + \cancel{14} + \cancel{14}$

$\sqrt{8-7x} \le x$ ОДЗ: $x \ge 0$ $x \ge 0$

$8-7x \le x^2$

$x^2+7x-8 \ge 0$

$(x-1)(x+8) \ge 0$

$\notin$ ОДЗ т.к. $x \in [0; \frac{7}{8}]$

Ответ: $\varnothing$

№2

т.к. диаметр впис ω это самый маленький элемент Δ, то пусть его стороны будут: $d+a$; $d+2a$; $d+3a$, т.к. ар. прогрессия, тогда $P_\Delta = 3d+6a = 6(r+a)$, тогда полупериметр: $p = 3(r+$

площадь Δ с одной стороны $S = rp = 3r(r+a)$

с другой стороны $S = \sqrt{3(r+a)(r+a)(r+2a)r} = (r+a)\sqrt{3r^2+6r}$

$S = S$:

$$3r(\cancel{r+a}) = \cancel{r+a}\sqrt{3r^2+6ra}$$

$$3r = \sqrt{3r^2+6ra}$$

$$9r^2 = 3r^2+6ra$$

$$6r^2 = 6ra$$

$$r = a = \frac{d}{2} = 3 \Rightarrow P = 6(3+3) = 36$$

+

Ответ: 36

№3 Заметим, что система симметрична? и поэтому: $a = c$; $d = b$, тогда: $\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 \\ b + \frac{1}{a} = 4 \end{cases} \Rightarrow b = \frac{1}{1-a}$

$$\frac{1}{1-a} + \frac{1}{a} = 4$$

$$\cancel{a} + 1 - \cancel{a} = 4a - 4a^2$$

$$4a^2 - 4 + 1 = 0$$

$$(2a-1)^2 = 0$$

$$a = \frac{1}{2} = c \Rightarrow b = 2 = d$$

±

Ответ: $\frac{1}{2}$; 2; $\frac{1}{2}$; 2

№4 т.к квадра 2 на 2 то он может занимать только четные (по горизонтали и по вертикали) пространста, т.е он займет 24 × 26 =>

$$\Rightarrow \frac{24 \cdot 26}{2 \cdot 2} = 12 \cdot 13 = 144 + 12 = 156 \text{ штук}$$

−

Физику см на другом листе.

63-10-96 10-06-5

№5 Дано:

$S = 20м$
$H = 3м$
$v = 20м/с$
$h = 2,15м$
$d = 0,35$
$g = 10м/с$

$\alpha = ?$

Чтоби Андрей забил мяч должен пролететь на высоте $< 3м$ (H) и больше $h + d$, т.е $> 2,5м$

Рассмотрим 2 этих крайних случая

I сл.

$$\begin{cases} S = v\cos\alpha t \\ H' = v\sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$t = \frac{S}{v\cos\alpha}$$

$$H' = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2v^2\cos^2\alpha} = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2v^2}(1 + tg^2\alpha)$$

$$tg^2\alpha\frac{gS^2}{2v^2} - S\,tg\alpha + \frac{gS^2}{2v^2} + H' = 0$$

Подставим: $5tg^2\alpha - 20tg\alpha + 5 + H' = 0$

I случай: $5tg^2\alpha - 20tg\alpha + 5 + 2,5 = 0$

$$2tg^2\alpha - 8tg\alpha + 3 = 0$$

$$D = 64 - 24 = 40 = (2\sqrt{10})^2$$

$$tg\alpha = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{2 \cdot 2} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2} = 2 \pm 0,5\sqrt{10}$$

Подставим II случай: $5tg^2\alpha - 20tg\alpha + 8 = 0$

$$D = 400 - 160 = 240 = 4 \cdot 6 \cdot 10 = 4 \cdot 4 \cdot 15$$

$$tg\alpha = \frac{20 \pm 4\sqrt{15}}{10} = 2 \pm 0,4\sqrt{15}$$

Значит угол ~~α~~ должен принадлежать: от $arctg(2 - \frac{1}{2}\sqrt{10})$ до $arctg(2 - 0,4\sqrt{15})$ или от $arctg(2 + \frac{1}{2}\sqrt{10})$ до $arctg(2 + 0,4\sqrt{15})$ невключительно

№6 Дано:

$\eta = 0,4$
$m = 2кг$
$t_0 = 0°C$
$C = 150 кДж/К$
$\lambda = 330 кДж/кг$

$$\begin{cases} \eta Q = \lambda m \\ Q - \eta Q = C\Delta T \end{cases}$$

$$\frac{\lambda m}{\eta}(1 - \eta) = C\Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\lambda m(1-\eta)}{\eta C} = \frac{330 кДж/кг \cdot 2кг \cdot 0,6}{0,4 \cdot 150 кДж/К} = \frac{660 \cdot 6}{600} =$$

$$= \frac{110 \cdot 1}{100} = 1,1 К$$

Ответ на 1,1 К

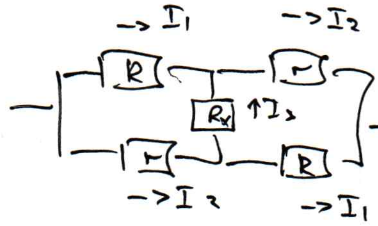
6

№8 Дано:

$R = 4{,}5$ Ом

$r = 2$ Ом

$R_x = ?$



т.к. схема симметрична то 1/2 резисторы r течет ток I_2, 1/2 резисторы R ток I_1

по 1 з. Кирхгофа $I_2 = I_1 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_2 - I_1$

т.к. U одинаковые, то: $R I_1 - r I_2 = (I_2 - I_1) R_x$ ✓

$$\Rightarrow R_x = \frac{R I_1 - r I_2}{I_2 - I_1}$$

и т.к. общее R цепи тоже равно R_x, то

$$R_x = R_{общ} = \frac{U_{общ}}{I_{общ}} = \frac{R I_1 + r I_2}{I_1 + I_2}$$

Приравняем:
$$\frac{R I_1 - r I_2}{I_2 - I_1} = \frac{R I_1 + r I_2}{I_1 + I_2}$$

$$9 I_1^2 = 4 I_2^2$$
$$3 I_1 = 2 I_2$$ ✓
$$I_2 = 1{,}5 I_1$$

значит: $R_x = \frac{4{,}5\,Ом\,\cancel{I_1} - 1{,}5\cancel{I_1} \cdot 2\,Ом}{0{,}5\cancel{I_1}} = \frac{1{,}5}{0{,}5}\,Ом = 3\,Ом$

Ответ: 3 Ом.

№7 Дано:

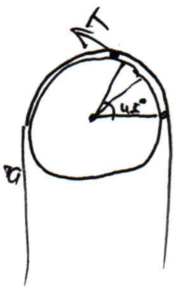
$m = 2$ кг

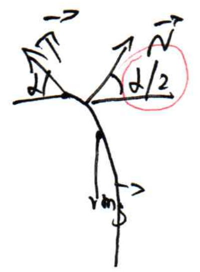
$l = 1{,}5$ м

$\alpha = 45°$

$R = 8$ см

T





Чтобы найти T - силу натяжения нужно откинуть другую часть каната, тогда на оставшуюся будут действовать 3 силы: N; T; $m'g$ и они уравновешивают тело:
$$\vec{N} + \vec{T} + m'\vec{g} = 0, \text{ где } m' = \frac{m}{l} \cdot l' = \frac{m}{l} \cdot \left(\frac{l}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$m' = \frac{2кг}{150см} \cdot (75см - 6{,}8см) = \frac{1}{75}(75 - 6{,}8)кг \approx 1 - 0{,}09кг \approx 0{,}91кг \Rightarrow m'g \approx 9{,}1\,Н$$

3

$$\begin{cases} m'g = T\sin\alpha + N\sin\frac{\alpha}{2} \\ T\cos\alpha = N\cos\frac{\alpha}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{m'g - T\sin\alpha}{T\cos\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{m'g}{T\cos\alpha} = tg\alpha + tg\frac{\alpha}{2}$$

$$T = \frac{m'g}{\cos\alpha\left(tg\alpha + tg\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{9{,}1Н \cdot \sqrt{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = \frac{9{,}1Н \cdot \sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{2(1+\sqrt{2})} = 9{,}1Н\,\frac{\cancel{2+\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}+2}} \approx 9{,}1Н$$

Ответ: 9,1Н