



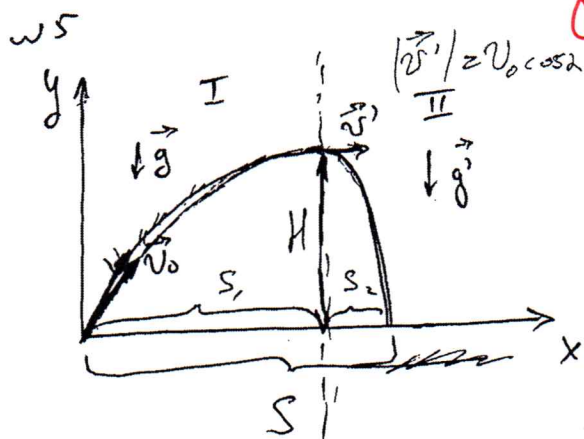
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

78-10-09

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	—	—	10	10	15	14	72

Вариант 1



$$S_2 = v_0 \cos \alpha \cdot t_{\text{top}}; S = S_1 + S_2 \Rightarrow t_{\text{top}} = \frac{S - S_1}{v_0 \cos \alpha} \quad (7)$$

$$H = \frac{g' t_{\text{top}}^2}{2} \Rightarrow t_{\text{top}} = \sqrt{\frac{2H}{g'}} \quad (4)$$

I:

$$H = v_0 \sin \alpha \cdot t_{\text{top}} - \frac{g t_{\text{top}}^2}{2} \quad (5)$$

$$= v_0 \sin \alpha \cdot \frac{v_0 \sin \alpha}{g} - g \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g^2}$$

из (4) и (5) получаем $t_{\text{top}} = \sqrt{\frac{2 \cdot v_0^2 \sin^2 \alpha}{g' \cdot g}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{\sqrt{g' \cdot g}} \quad (6)$

Заметим, что $S = 8,196 \approx 3\sqrt{3} \Rightarrow$ из (7) $S_2 = 3\sqrt{3} - \frac{3}{2}\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$S_2 = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot g'}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{10 \cdot g'}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{50}{10 \cdot g'} = 1$$

(*) $S_1 = v_x t_{\text{top}}; v_x = \text{const}, \text{т.к. } F_x = 0$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

в верх точке $v_y = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - g t_{\text{top}} \Rightarrow t_{\text{top}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (**)$$

из уравнений (*), (**) $\Rightarrow$

$$S_1 = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \quad (8)$$

$$= \frac{10^2 \cdot \sin 60}{2 \cdot 10} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

10

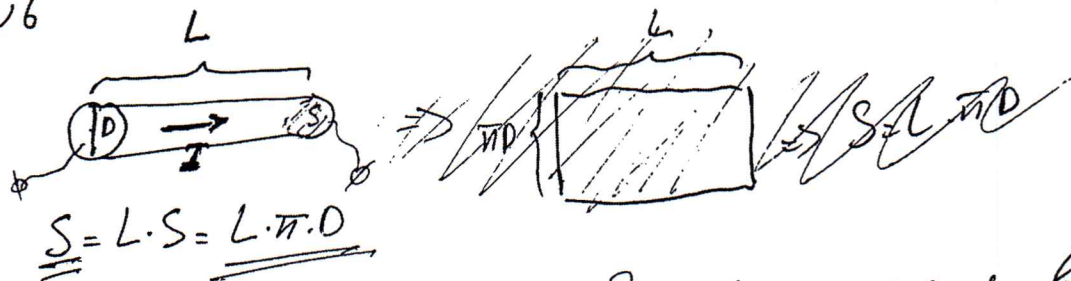
$$\left(\frac{50}{\sqrt{10}g'}\right)^2 = (1)^2$$

$$\frac{2500}{10 \cdot g'} = 1 \Rightarrow g' = 250 \frac{m}{c^2}$$

78-10-02

Ответ: ускорение свободного падения внутри акселератора равно $250 \frac{m}{c^2}$.

ω6



Энергия излучается в ис. с одного конца
равна P_w ; $P_w = \sigma T^4 \cdot S$ $[P_w] = Вт.$

Энергия излучения
получается от тока в проводнике $\Rightarrow$

$$P_I = P_w;$$

из подчеркнутых уравнений получаем;

$$P_I = IU$$

$$P_w = P$$

$$\sigma T^4 \cdot S = IU$$

$$\sigma T^4 \cdot L \pi D = IU$$

$$T^4 = \frac{IU}{\sigma L \pi D}$$

10

$$T = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 220}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{I \cdot U}{\sigma L \pi D}}$$

$$= \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 22 \cdot 10}{5,67 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-12}}} =$$

$$[T] = \sqrt[4]{\frac{A \cdot V}{\frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot m \cdot m}} = \sqrt[4]{K^4} = K.$$

$$= \frac{1}{10^{-3}} \sqrt[4]{\frac{8 \cdot 22 \cdot 10}{5,67 \cdot 2 \cdot 5}} = \sqrt[4]{\frac{110}{5,67}} \cdot 10^3$$

$$\approx \sqrt[4]{20} \cdot 10^3 \approx \sqrt{(2,95)^2} \cdot 10^3 = \sqrt{(2,95)^2} \cdot 10^3 = 2,95 \cdot 10^3 K.$$

$$Ответ: T = \sqrt[4]{\frac{IU}{\sigma L \pi D}} \approx 2090 K.$$



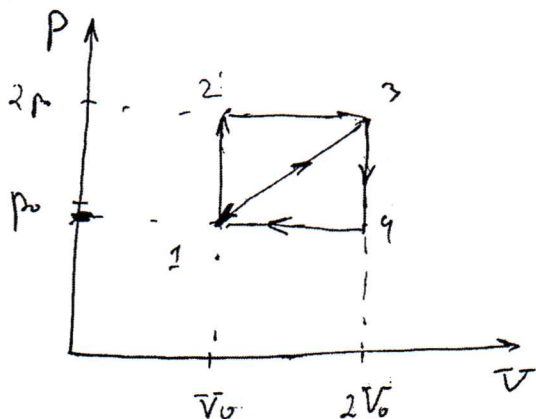
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 78-10-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

ω 7



$$\frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} \quad (?)$$

$$\eta_{1231} = \frac{A_{1231}}{Q_{1231}}$$

В замкнутом процессе A
равна площади фигуры, описываемой
этим процессом, замкнутой в pV -м.

$$A_{1231} = \frac{p_0 V_0}{2} \quad (\text{или } \text{треугольник с катетами } p_0 V_0 \text{ и } V_0)$$

$$\begin{aligned} Q_{1231} &= \Delta U + A \\ &= \frac{3}{2} (2p_0 \cdot 2V_0 - p_0 V_0) + p_0 V_0 \\ &= \frac{3}{2} \cdot 3p_0 V_0 + p_0 V_0 = \\ &= \frac{13}{2} p_0 V_0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\text{Итак } \eta_{1231} = \frac{p_0 V_0 / 2}{p_0 V_0 \cdot 13 / 2} = \frac{1}{13}$$

Аналогично, $\eta_{1341} = \frac{A_{1341}}{Q_{1341}}$

$$\begin{aligned} A_{1341} &= \frac{p_0 V_0}{2}; \quad Q_{1341} = \frac{3}{2} (p_0 \cdot 2V_0 - p_0 V_0) + \frac{p_0 + 2p_0}{2} \cdot V_0 \\ &= \frac{33}{2} p_0 V_0 + \frac{3}{2} p_0 V_0 = \frac{12}{2} p_0 V_0 \end{aligned}$$

$$\eta_{1341} = \frac{p_0 V_0 / 2}{p_0 V_0 \cdot 12 / 2} = \frac{1}{12}$$

Итак ответ, $\frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} = \frac{\frac{1}{13}}{\frac{1}{12}} = \frac{12}{13} \quad \checkmark$

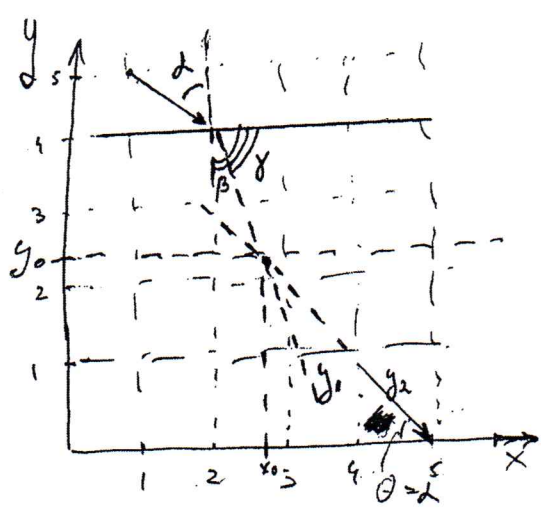
Ответ: Отношение КПД указанных процессов 12-3-1 и 2-3-4-1 соответственно, равно

$$\frac{12}{13}$$

8

78-10-021

из графика видно, что $\tan \alpha = \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow$
 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$



$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2}{\sqrt{2} - 3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

по $\sin \beta > 0$ наклон к прямой y_1 будет $\tan \gamma$ взять со знаком "-" т.к. прямая убывающая.

$$\sin^2 \gamma + \cos^2 \gamma = 1 \quad / : \cos^2 \gamma \neq 0$$

$$\tan^2 \gamma + 1 = \frac{1}{\cos^2 \gamma}$$

$$\cos \gamma = \cos(90^\circ - \beta) = \cos 90^\circ \cdot \cos \beta + \sin 90^\circ \sin \beta = \sin \beta,$$

т.к. $\gamma + \beta = 90^\circ$;

$$\tan^2 \gamma = \frac{1}{\sin^2 \beta} - 1 = \frac{1 \cdot 3}{2} - 1 = \frac{7}{2} \Rightarrow$$

$$K_1 = -\sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$\text{Итак, } y_1 = -\sqrt{\frac{7}{2}} x + c$$

из графика или из условия, что прямая y_1 проходит через точку (кору (2; 4)) $\Rightarrow$

$$4 = -\sqrt{\frac{7}{2}} \cdot 2 + c \Rightarrow c = 4 + \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$$

тогда $y_1 = -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} x + 4 + \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

из графика видно, что $\tan \theta = \frac{1}{1} = 1$,
~~так как~~ $y_2 = -x + b$,
 известно, что y_2 проходит через (5; 0) $\Rightarrow$

$$0 = -5 + b \Rightarrow b = 5, \text{ тогда}$$

$$y_2 = -x + 5$$

14

y кинетическая энергия пластины, производимая трением еще одно, т.к. лучи будут пересекаться в этой точке (из-за их преломления), то

$$y_1 = y_2$$

$$-\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} x_0 + 4 + \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = -x_0 + 5$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} x_0 - x_0 = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} + 4 - 5$$

$$x_0 \left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 1 \right) = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - 1 \cdot \sqrt{2}$$

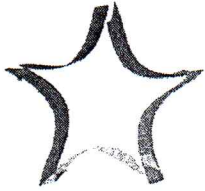
$$x_0 (\sqrt{7} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{7} - \sqrt{2}$$

$$x_0 = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$$

Для нахождения y_0 , достаточно подставить x_0 в уравнение одной из прямых, например в прямую y_2 , тогда

$$y_0 = -\frac{2\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + 5 = ?$$

Ответ: кинетическая энергия пластины будет параллельна оси абсцисс и будет иметь координаты $y_0 = \frac{2\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} + 5$ по оси ординат.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 78-10-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

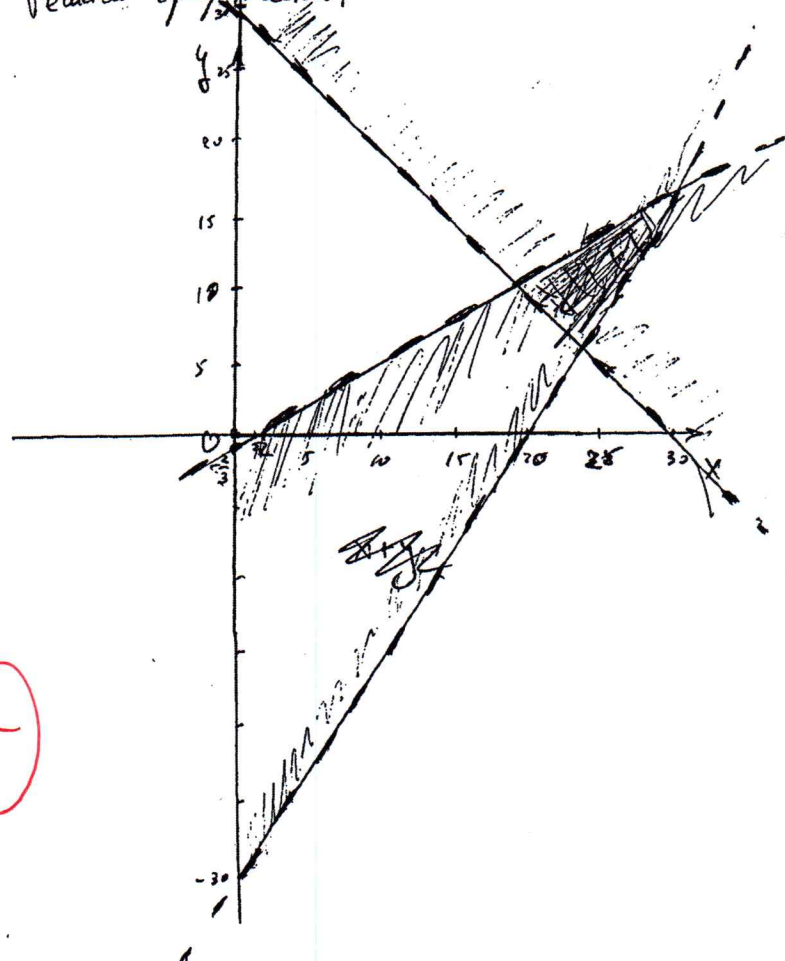
Вариант 1

У 2

Пусть x — кол-во ребят, участвующих в кружке «Олимпиадная математика»;
 y — кол-во ребят, участвующих в кружке «Робототехника»;

Тогда
$$\begin{cases} x+y > 29 \\ x-2 > 3y \\ 3x-2y < 60 \end{cases}, x, y \in \mathbb{N}$$

Решим графически:



Уменьшив возмозный перебор, можно заметить, что при $x=24, y=7$ все неравенства системы выполняются $\Rightarrow$
 $x=24, y=7$ — решение системы.

Ответ 24 человек записывают в кружке олимпиадная математика.

W1

$$\frac{80!}{10^{80}}$$

(78-10-02)

Для подсчета числа 10 отличных от 1 делителей 2 и 5,
то 80! можно представить на произведение $2^a \cdot 5^b \cdot X$, где X не делится на 2 и 5.

Число делится на 10:

$$\begin{array}{l} 10 = 5 \cdot 2 \quad 15 = 2^2 \cdot 5 \quad 20 = 2^3 \cdot 5 \\ 25 = 5^2 \cdot 2 \quad 30 = 5^2 \cdot 2 \quad 40 = 2^4 \cdot 5 \\ 50 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \quad 60 = 2^2 \cdot 5 \cdot 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 10 \cdot 20 \cdot \dots \cdot 80 = 2^{15} \cdot 5^9 \cdot X.$$

Число делится на 5: (без тех чисел, что уже делится на 10, например, без 20 и т.д.)

$$\begin{array}{l} 5 = 5^1 \quad 15 = 5^1 \cdot 3 \quad 25 = 5^2 \quad 35 = 5^1 \cdot 7 \quad 45 = 5^1 \cdot 9 \\ 55 = 5^1 \cdot 11 \quad 65 = 5^1 \cdot 13 \quad 75 = 5^2 \cdot 3 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 5 \cdot 15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 \cdot 55 \cdot 65 \cdot 75 = 5^{10} \cdot Y$$

Число делится на 2:

$$\begin{array}{l} 2 = 2^1 \quad 11 = 2 \cdot 3^2 \quad 36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 54 = 2 \cdot 3^3 \quad 72 = 2^3 \cdot 3^2 \\ 4 = 2^2 \quad 22 = 2 \cdot 11 \quad 38 = 2 \cdot 19 \quad 56 = 2^3 \cdot 7 \quad 74 = 2 \cdot 37 \\ 6 = 2 \cdot 3 \quad 24 = 2^3 \cdot 3 \quad 42 = 2 \cdot 21 \quad 58 = 2 \cdot 29 \quad 76 = 2^2 \cdot 19 \\ 8 = 2^3 \quad 26 = 2 \cdot 13 \quad 44 = 2^2 \cdot 11 \quad 62 = 2 \cdot 31 \quad 78 = 2 \cdot 39 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \quad 28 = 2^2 \cdot 7 \quad 46 = 2 \cdot 23 \quad 64 = 2^6 \quad 79 = 79 \\ 14 = 2 \cdot 7 \quad 32 = 2^5 \quad 48 = 2^4 \cdot 3 \quad 66 = 2 \cdot 33 \\ 16 = 2^4 \quad 34 = 2 \cdot 17 \quad 52 = 2^2 \cdot 13 \quad 68 = 2^2 \cdot 17 \end{array} \quad \Rightarrow \quad 2^{63} \cdot Z$$

(+)

$$\text{Итого } \frac{80!}{10^{80}} = \frac{2^{15} \cdot 5^9 \cdot X \cdot 5^{10} \cdot Y \cdot 2^{63} \cdot Z}{10^{80}} = \frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot XYZ}{10^{80}}$$

$$= \frac{(2 \cdot 5)^{19} \cdot 2^{59} \cdot XYZ}{10^{18} \cdot 10^{61}} = \frac{2^{59} \cdot XYZ}{10^{61}} = \frac{XYZ}{5^{59} \cdot 100} = \frac{XYZ}{5^{59} \cdot 10^2}$$

где XYZ не делится

на 2 и 5.

$$\text{Ответ: } 5^{59} \cdot 10^2$$