



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-59-11-38

Задача №2.

Дано:

$$R = 3430 \text{ км}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Решение:

Ускорение свободного падения (g) на поверхности Марса можно рассчитать по формуле: $g = \frac{GM}{R^2}$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2} \approx 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $g = 3,63 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача №3.

Дано:

$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$x = ?$

Решение:

x - точка Лагранжа.

$$F_3 = \frac{GM_3m}{x^2}$$

$$F_M = \frac{GM_Mm}{(r-x)^2}$$

Т.к. по условию сказано, что гравитация Земли уравновешивается гравитацией Марса, можно сделать вывод, что $F_3 = F_M \Rightarrow \frac{GM_3m}{x^2} = \frac{GM_Mm}{(r-x)^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{M_3}{x^2} = \frac{M_M}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{M_3}{M_M} \Rightarrow \frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \Rightarrow x = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} - x \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + x \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \Rightarrow x \left(1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}\right) = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \Rightarrow x = \frac{r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}}{1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}}$$

$$x = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}}}{1 + \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}}} = 41157889,56 \text{ км} \approx 4 \cdot 10^7 \text{ км}.$$

Ответ: $4 \cdot 10^7 \text{ км}.$

Задача №4.

Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$\frac{A_1}{A_2} = ?$

Решение:

1) Найдем работу на поднятии (A_1):

$$A_1 = \frac{GmM}{R_M} - \frac{GmM}{R_M+h} = \frac{GmM(R_M+h) - GmMR_M}{R_M(R_M+h)} = \frac{GmM(R_M+h-R_M)}{R_M(R_M+h)} = \frac{GmMh}{R_M(R_M+h)}$$

2) Найдем работу на запуске спутника (A_2):

$$A_2 = \frac{mv^2}{2} = \frac{mGM}{2R_M}$$

3) Найдем отношение работ ($\frac{A_1}{A_2}$): $\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{GmMh}{R_M(R_M+h)}}{\frac{mGM}{2R_M}} = \frac{2R_M^2 h}{R_M(R_M+h)} = \frac{2R_M h}{R_M+h}$

$$\frac{2 \cdot 3430 \text{ км} \cdot 3430 \text{ км}}{3430 \text{ км} + 3430 \text{ км}} = 1$$

$$\frac{2 \cdot 3430 \text{ км} \cdot 3430 \text{ км}}{3430 \text{ км} + 3430 \text{ км}} = 1$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-59-11-38

Задача №4.

Дано: $h = 3430 \text{ км}$ $R_M = 3430 \text{ км}$ $\frac{A_1}{A_2} = ?$	Решение: 1) Найдем работу на поднятии спутника (A_1): $A_1 = \frac{G m M}{R_M} - \frac{G m M}{R_M + h} = \frac{G m M (R_M + h) - G m M R_M}{R_M (R_M + h)} = \frac{G m M (R_M + h - R_M)}{R_M (R_M + h)} =$ $= \frac{G m M h}{R_M (R_M + h)}$ 2) Найдем работу на запуске спутника (A_2): $A_2 = \frac{m v^2}{2} = \frac{m G M}{2(R_M + h)}$ 3) Найдем отношение этих работ ($\frac{A_1}{A_2}$): $\frac{A_1}{A_2} = \frac{G m M h}{R_M (R_M + h)} \cdot \frac{2(R_M + h)}{m G M} = \frac{2 h}{R_M} = \frac{2 \cdot 3430 \text{ км}}{3430 \text{ км}} = 2$ Ответ: 2
--	--

Задача №3

Дано: $v = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ $S = 49 \text{ м}^2$ $\rho = 1 \text{ м}^3$ $F = ?$	Решение: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ $\Delta p = m v = m_0 \rho S v^2 \Delta t$ - изменение импульса после удара. $m = \rho \Delta V$ - масса микрометеора с которым сталкивается корабль $F = \frac{m_0 \rho S v^2 \Delta t}{\Delta t} = m_0 \rho S v^2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot 1 \text{ м}^3 \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot (10 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 =$ $= 98000 \text{ Н}$ Ответ: 98000 Н.
---	---

Задача №5.

$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ $S = 54,6 \cdot 10^6 \frac{\text{км}}{\text{с}}$ $t = ?$	$t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4550000 \text{ с} \approx 1263,89 \text{ з.}$ Ответ: 1263,89 з.
--	--