

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	—	—	10	15	6	68

Вариант 1
Задача 1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 1 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases}$$

Сложим уравнения из системы:

$$\begin{aligned} x^2 + 2 + y^2 + 1 + z^2 + 4 &= (y+z)^2 + (x+z)^2 + (x+y)^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 7 &= y^2 + 2yz + z^2 + x^2 + 2xz + z^2 + x^2 + 2xy + y^2 \\ 7 &= (x+y+z)^2 \end{aligned}$$

Итак, по условию необходимо найти положительные решения, то:

$$\boxed{x+y+z=3}$$

Разности 1 и 2 уравнений системы:

$$x^2 + 2 - y^2 - 1 = (y+z)^2 - (x+z)^2$$

Разности 2 и 3 ур:

$$y^2 + 1 + z^2 - 4 = (x+z)^2 - (x+y)^2$$

Разности 1 и 3 ур:

$$x^2 + 2 + z^2 - 4 = (y+z)^2 - (x+y)^2$$

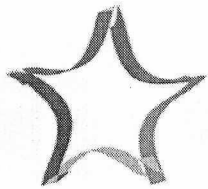
Все эти уравнения так же в системе:

$$\begin{cases} (x-y)(x+y+z) = 0,5 \\ (y-z)(x+y+z) = 0,5 \\ (x-z)(x+y+z) = 1 \end{cases}$$

Получаем: $x+z=2y$, тогда если $x+y+z=3$, то $3y=3 \Rightarrow y=1$.
 $x+z=2$.

Значит: $z=\frac{5}{6}$, а $x=\frac{7}{6}$.
 $\frac{5}{6} + \frac{7}{6} + 1 = 3$ (подходит)

Ответ: $x=\frac{7}{6}$; $y=1$; $z=\frac{5}{6}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 2/

	До обеда	После	Всего
1 к.	$0,75x$	$y + 0,2y = 1,2y$ на 20% > J	$1,2y + 0,75x$
2 к.	на 25% > J x	y	$x + y$

J < 250

Пусть 2 кассир до обеда обслужили x покуп., тогда
первое $x - 0,25x = 0,75x$.

Пусть 2 кассир после обеда обслужили y покуп., тогда
второе $y + 0,2y = 1,2y$.

$$0,75x + 1,2y = 1,1(x + y)$$

$$0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$y = 3,5x$$

В условии сказано, что всего было обслужено меньше 250
покупателей:

$$x + 0,75x + y + 1,2y < 250$$

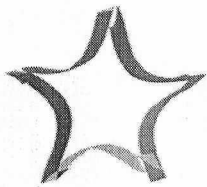
$$1,75x + 2,2y < 250$$

Подставим y , выразившись через x :

$$1,75x + 2,2 \cdot 3,5x < 250$$

$$9,45x < 250$$

$$x < 26,5 \dots$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

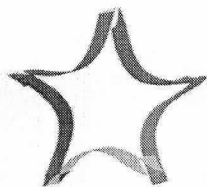
Вариант 1

При этом известно, что число покупателей всегда
целое число.

Для того чтобы кал-то покупатель во всех случаях
было ушли необходимо, чтобы $x \geq 20$. (иначе, если $x < 20$, то
будут нецелые числа).

$$x + y = x + 1,5x = 4,5 \cdot 20 = 90 \text{ человек}$$

Ответ: 90 покупателей



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 3 (

Есть 2023 точки, из которых состоит многоугольник
без г. а (она 2024-ая).

Всего точек многоугольника и эти 2023 точки:

$$C_3^{2023} + C_4^{2023} + C_5^{2023} + \dots + C_{2023}^{2023}$$

Далее рассмотрим многоугольники с г. а:

~~По ко многоугольников~~ Мы будем выбирать вершины из 2023 имеющихся.

П.к. мы знаем одну из вершин входим в эти многоугольники
то должны выбрать для n -угольника не n вершин, а $(n-1)$ вершину.

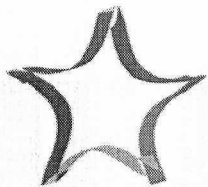
Значит если у нас уже 2024 точки то максимальное
многоугольник состоит из 2024 вершин. Поэтому всего многоуголь-
ников будет:

$$C_2^{2023} + C_3^{2023} + C_4^{2023} + C_5^{2023} + \dots + C_{2023}^{2023}$$

Заметно, что количество многоугольников с г. а отличается
на от количества много-ников без г. а на C_2^{2023} . Поэтому
больше многоугольников, содержащих г. а на:

$$C_2^{2023} = \frac{2023!}{2! \cdot (2023-2)!} = \frac{2023!}{2! \cdot 2021!} = 1011 \cdot 2023 = 2045253$$

Ответ: больше содержат г. а ; на 2045253



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы						10			

Вариант 1

Задача 6

Дано:

$$t_u \approx 0^\circ$$

$$t_b \approx 0^\circ$$

$$S_0 \approx 15 \text{ см}^2$$

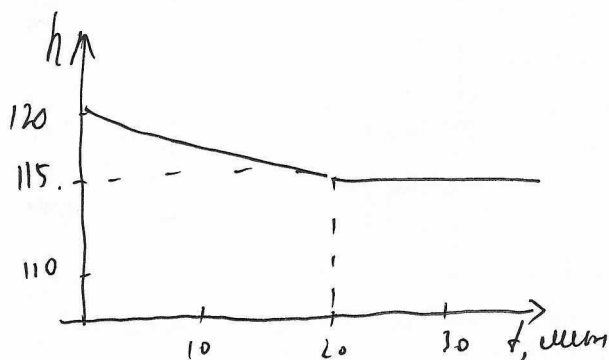
$$\rho_u \approx 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_b \approx 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$m_b = ?$$

$$m_u = ?$$

Решение:



Сначала высота слоя в осре воды, допустим $H_{\text{оср}}$, когда он растаял то m_u стала равна m_b

$$120 - 115 = 5 \text{ см (поминуты высота в первые 20 минут)}$$

$$m = \rho V = \rho H \cdot S$$

$$m_u = \rho_u \cdot H_u \cdot S_u = (h - 5) \cdot S \cdot \rho_u$$

$$0,9 \cdot H_u = H_u - 5$$

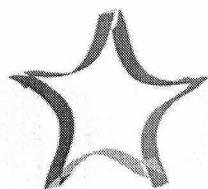
$$0,1 H_u = 5$$

$$H_u = 50 \text{ см, если высота слоя 50 см, то высота воды: } 120 - 50 = 70 \text{ см}$$

$$m_u = \rho_u \cdot H_u \cdot S_0 = 0,9 \cdot 50 \cdot 15 = 675 \text{ г}$$

$$m_b = \rho_b \cdot H_b \cdot S_0 = 1 \cdot 70 \cdot 15 = 1050 \text{ г} = 1,05 \text{ кг}$$

Ответ: масса льда = 675 г
масса воды = 1050 г



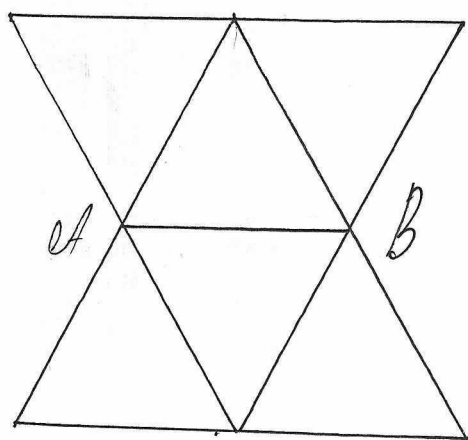
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 7

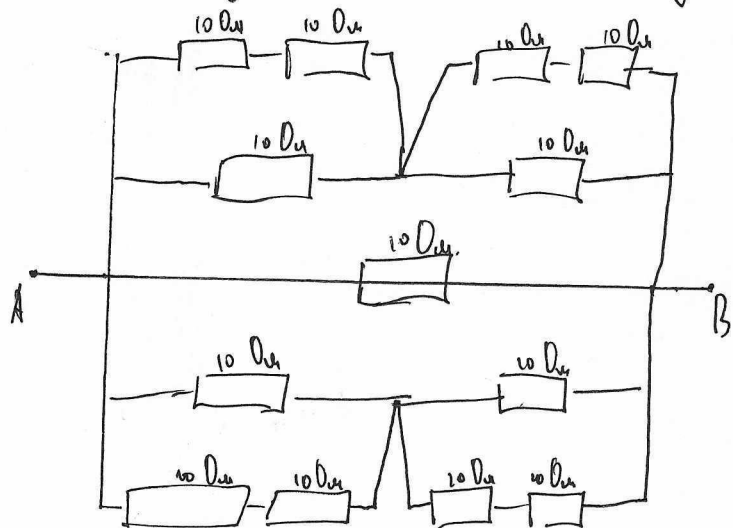


Дано:

$$n = 13$$

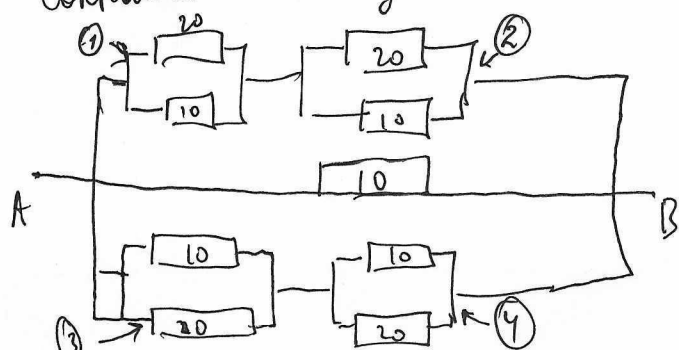
$$R_0 = 60 \text{ Ом}$$

Рисунок можно представить как схему:

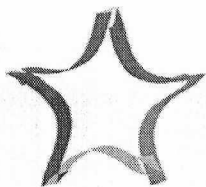


13 резисторы обжимаются
13 метаях стертых.

Сократим схему заменив последовательное соединение:



у 1, 2, 3 и 4 парам соединений
сопротивление равно $\frac{20 \cdot 10}{20 + 10} = \frac{200}{30} = \frac{20}{3}$



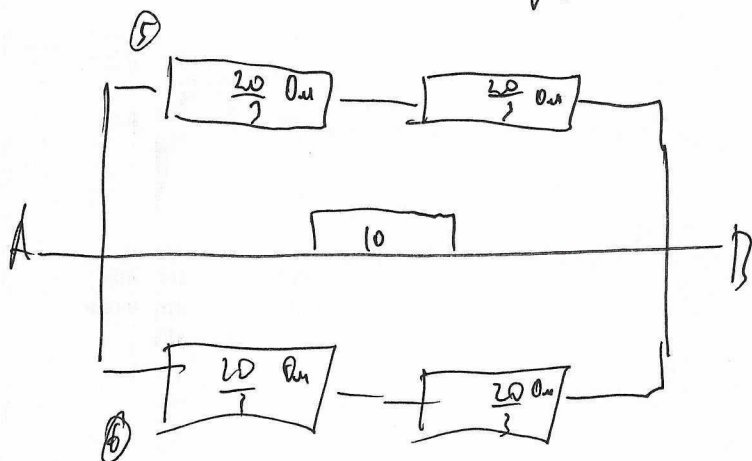
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-06

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

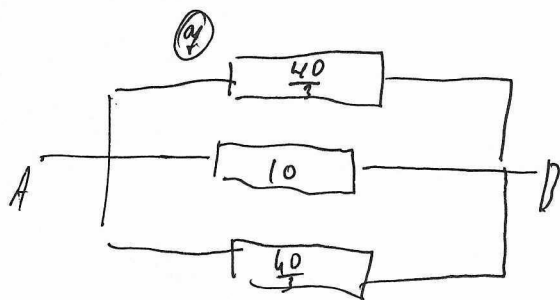
Вариант 1

Данная схема будет иметь вид:



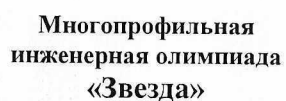
5 и 6 имеют сопротивление:
 $R_5 = R_6 = 2$
 $R_5 = R_1 \cdot 2 = \frac{40}{3} = R_6$

Затем,



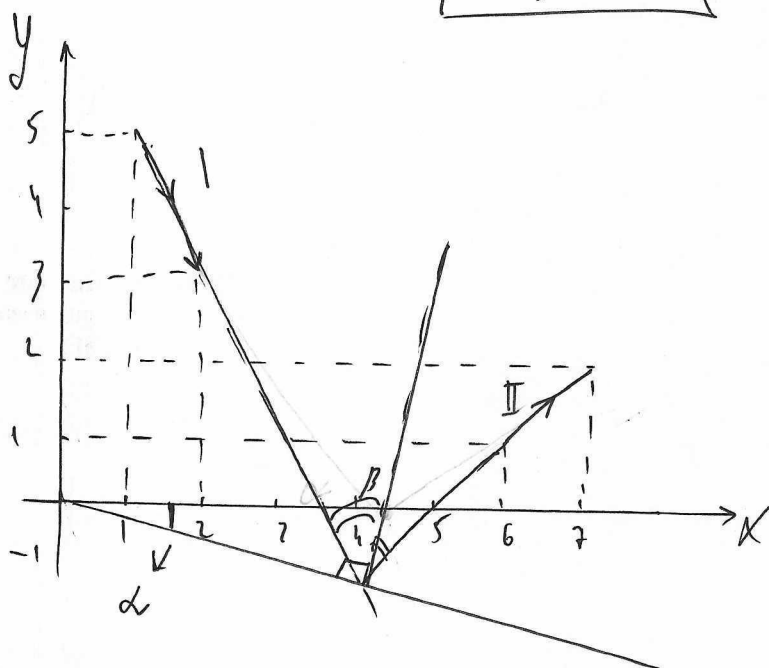
$$R_7 = \frac{R_6 \cdot R_5}{R_6 + R_5} = \frac{\frac{200}{3}}{\frac{80}{3}} = 4 \text{ Ом}$$

Ответ: 4 Ом



Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

1. Задача 8



Рассмотрим от
зеркала до зеркала
полное расстояние от
уплотнения до зеркала.

$$\alpha = 60 - \alpha - 45$$

2d 2 15

$\alpha \approx 2.5.$

$$90 - 7,5 = 82,5.$$

$$P = 120 - 82,5 = 37,5.$$

Поэтому расстояния примерно

4.5; - 1

Item: $(4, 5; -1)$