

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-ЕН-11-060

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	—	13	13	0	10	0	5	52

Лист №1

FW

Вариант 2

W

$$\text{ODZ: } \begin{cases} x > 0 \\ 2 - \log_3 x > 0 \end{cases}$$

$$\frac{2}{1} \quad 7\sqrt{2 - \log_3 x} - 3 | 2 \log_3 x - 5 | \leq 7 \log_3 x - 3 | 2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5 |$$

$$7\sqrt{2 - \log_3 x} + 3 | 2\sqrt{2 - \log_3 x} - 5 | \leq 7 \log_3 x + 3 | 2 \log_3 x - 5 |$$

$$y(t_1)$$

$$y(t_2)$$

$$y(t_1) \leq y(t_2)$$

$$t_1 = \sqrt{2 - \log_3 x}$$

$$t_2 = \log_3 x$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_3 x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 9 \end{cases} \Rightarrow x \in (0; 9]$$

$$*y = 7t + 3 | 2t - 5 |$$

$$\begin{cases} t \geq 2,5 \end{cases}$$

$$y = 7t + 6t - 15 = 13t - 15 - \text{возр. ф-я}$$

+

$$\begin{cases} t \leq 2,5 \end{cases}$$

$$y = 7t - 6t + 15 = t + 15 - \text{возр. ф-я}$$

$$\sqrt{2 - \log_3 x} \leq \log_3 x \Rightarrow \begin{cases} \log_3 x \geq 0 \\ 2 - \log_3 x \leq \log_3^2 x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ \log_3^2 x + \log_3 x - 2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log_3 x &= -2 & x &= \frac{1}{9} \\ \log_3 x &= 1 & x &= 3 \end{aligned}$$



$$\text{Отв: } x \in [3; 9]$$

$$\frac{2}{3}. f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b$$

$$f(x) > 0 \text{ при } x \in \mathbb{R}$$

$$1) a = 0, y = x + b \quad \text{уже отриц. тогда не при } x$$

$$a = 0 \text{ не возр. ф-я}$$

$$2) a > 0$$

$$\Delta \leq 0 \quad (3a+1)^2 - 4ab \leq 0$$

$$b \geq \frac{(3a+1)^2}{4a}$$

$$A = 9a + b \geq 9a + \frac{(3a+1)^2}{4a}$$

+

$$y(a) = 9a + \frac{9a^2 + 6a + 1}{4a}$$

$$y(a) = 9a + \frac{9a}{4} + \frac{3}{2} + \frac{1}{4a}$$

$$y'(a) = 4 + \frac{9}{4} - \frac{1}{4a^2}$$

$$y'(a) = 0$$

$$\frac{16a^2 + 9a^2 - 1}{4a^2} = 0$$

$$25a^2 - 1 = 0$$

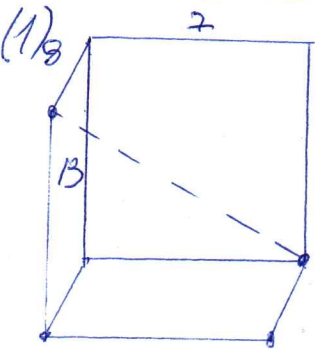


$$a = \pm \frac{1}{5}$$

$$y\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{4}{5} + \frac{\left(\frac{3}{5} + 1\right)^2}{4 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{64}{25 \cdot 4 \cdot \frac{1}{5}} + \frac{4}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

Отв: 4

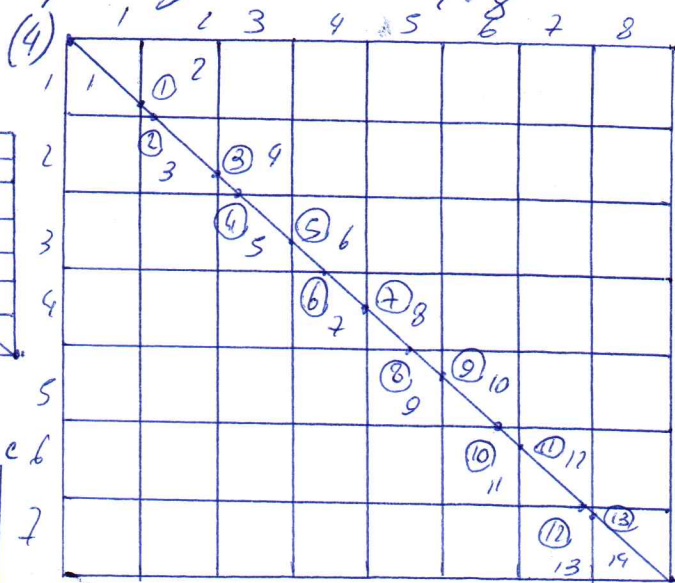
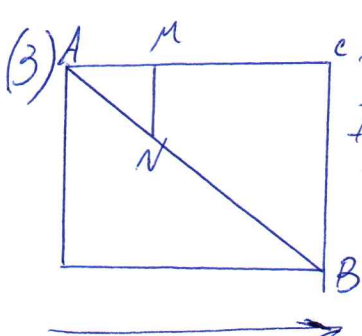
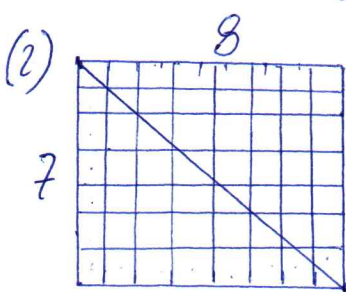
2/4 ~~7~~ · 8 · 13



1) стороны параллелепипеда - взаимно простые числа

Рассмотрим другую задачу.

Сколько квадратов пересечет диагональ прямоугольника 7 · 8



При подсчете суммы, вершина нужно учитывать дважды.

Предположим, что это не так. В таком случае

(см (3) рис.) $\triangle ABC \sim \triangle AMN$

$$\rightarrow \frac{MN}{AM} = \frac{7}{8}, \text{ что}$$

невозможно, т.к. $\rightarrow$

$\frac{7}{8}$ - несократимая дробь.

2) Посчитаем сумму квадратов: $7+8-1$, что соответствует

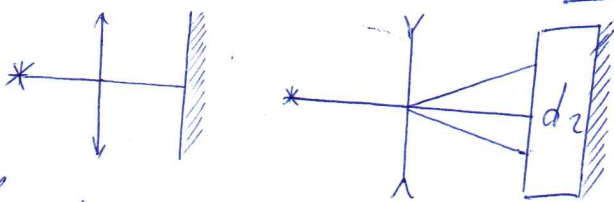
формуле $N(A \cup B) = N(A) + N(B) - N(A \cap B)$ +

Обобщим ф-лу для всего параллелепипеда:

$$N(A \cup B \cup C) = N(A) + N(B) + N(C) - N(A \cap B) - N(A \cap C) - N(B \cap C) + N(A \cap B \cap C) =$$

$$= 7 + 8 + 13 - 1 - 1 - 1 + 1 = 20 + 8 - 1 - 1 - 1 + 1 = \underline{26} \text{ отв: 26 кв.ов.}$$

2/8 $D_p = -5 \text{ Дптр}$
 $d_1 = 6 \text{ см}$
 $d_2 = 12 \text{ см}$
 $D_c = ?$



$$f_p = \frac{1}{D_p} = \frac{1}{-5} = -0,2$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{f}{|f_p|} \Rightarrow f = 2 \cdot 0,2 = 0,4$$

Отв: 5 Дптр.

$$f_c = \frac{4}{10 \cdot 2} = 0,2$$

$$D_c = \frac{1}{f_c} = \frac{1 \cdot 10}{2} = 5 \text{ Дптр.}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 10-ЕЧ-11-080

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Лист 2/2

Вариант 2

2/6 Дано:

$$R_1 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом}$$

$$C = 500 \text{ мкФ}$$

$$U_0 = 420 \text{ В}$$

$q = ?$

$$q = C \cdot |U_C|$$

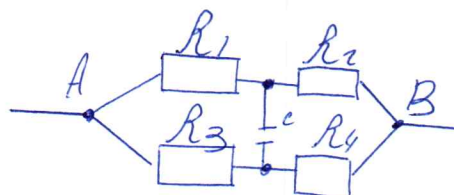
$$U_C = U_2 - U_4$$

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 20 + 10 = 30 \text{ Ом}$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 40 + 30 = 70 \text{ Ом}$$

$$I_{12} = \frac{U_0}{R_{12}} = \frac{420}{30} = 14 \text{ А}$$

$$I_{34} = \frac{U_0}{R_{34}} = \frac{420}{70} = 6 \text{ А}$$



$$U_2 = 14 \cdot 20 = 280 \text{ В}$$

$$U_4 = 6 \cdot 40 = 240 \text{ В}$$

$$U_C = 280 - 240 \text{ В} = 40 \text{ В}$$

$$q = 500 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 20000 \cdot 10^{-6} =$$

$$= 20 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 20 \text{ мКл}$$

Отв: 20 мКл.