

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

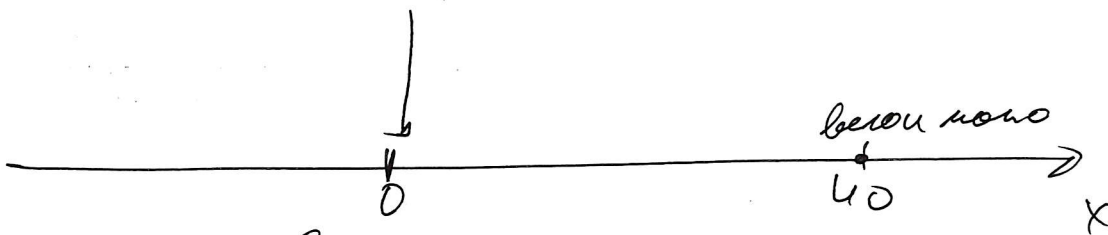
шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N1

Звездочка



перейдет в СО движущегося (когда он

встретит). В этот момент велосипедист

идет на расстоянии: $x_{вэл} = t \cdot v_{вэл} = 2 \cdot 20 = 40 \text{ км}$

мотоциклиста: $x_{м} = t \cdot v_{мото} = 1 \cdot 40 = 40 \text{ км}$.

Менее важно их скорости после перехода:

$$\vec{v}'_{вэл} = \vec{v}_{вэл} - \vec{v}_{мото} \Rightarrow v'_{вэл} = v_{вэл} - v_{мото} =$$
$$= 20 - 60 = -40 \text{ км/ч}$$

аналогично $v_{мото} = 40 - 60 = -20 \text{ км/ч}$

менее важно сразу расстояние от звезды.

$$\text{до вело и мото: } S_{\text{св}} = |x_{\text{св}} + v_{\text{св}} t| = |x_0 + v_0 t| + |x'_0 + v'_0 t| =$$
$$= |40 - 40 t| + |40 - 20 t| = \underline{\underline{80 - 60 t}}$$

мотор ↓

ма 131

и.к. это расстояние не превышает 20 км,
но это значит: $|S| \leq 20$

$$|40 - 40t| + |40 - 20t| \leq 20$$

рассмотрим случаи:

$$\begin{cases} 40 - 40t \geq 0 \\ 40 - 20t \geq 0 \\ 40 - 40t + 40 - 20t \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 - 40t < 0 \\ 40 - 20t \geq 0 \\ -40 + 40t + 40 - 20t \leq 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 40 - 40t \geq 0 \\ 40 - 20t < 0 \\ 40 - 40t - 40 + 20t \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 - 40t < 0 \\ 40 - 20t < 0 \\ (40 - 40t + 40 - 20t) \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40 - 40t \leq 0 \\ t \leq 2 \\ 80 - 60t \leq 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t \leq 2 \\ 20t \leq 20 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t \leq 1 \\ t > 2 \end{cases} \text{ противоречие}$$

$$\dots$$

$$\begin{cases} t > 1 \\ t > 2 \\ 80 - 60t > 20 \end{cases}$$

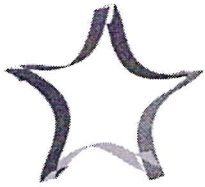
$$\Rightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ 60 \leq 60t \\ t \in (1; 2] \\ t \leq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t > 2 \\ 60 > 60t \end{cases}$$

$$\begin{cases} t \leq 1 \\ t \geq 1 \\ t \in (1; 2] \\ t > 2 \\ t < 1 \end{cases} \text{ противоречие}$$

единственным решением этой совокупности
это $t = 1$, а значит наша скорость $S_{\text{макс}} =$
 $= V_{\text{макс}} \cdot t = 60 \cdot 1 = 60 \text{ км.}$ Ответ: 60 км

Мин 23



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№2 описаны точки L и K :
точка пересечения середин
 AB и AC со AM .

проведены PL и PK :

$$\begin{aligned} \angle BPL &= \angle ABP (\text{сер. - медиан.}) = \alpha \\ \angle ACP &= \angle KCP = \angle LAP (\text{аналог.}) = \alpha \end{aligned} \quad \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle LPA = \angle KPA = \alpha$$

$\triangle ALP \sim \triangle APK$:

$$\begin{aligned} AP - \text{общая}, \angle LAP &= \angle KAP = \alpha \\ \angle LPA &= \angle KPA = \alpha \end{aligned} \quad \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle ALP \sim \triangle APK \Rightarrow AL = AK, LP = KP$$

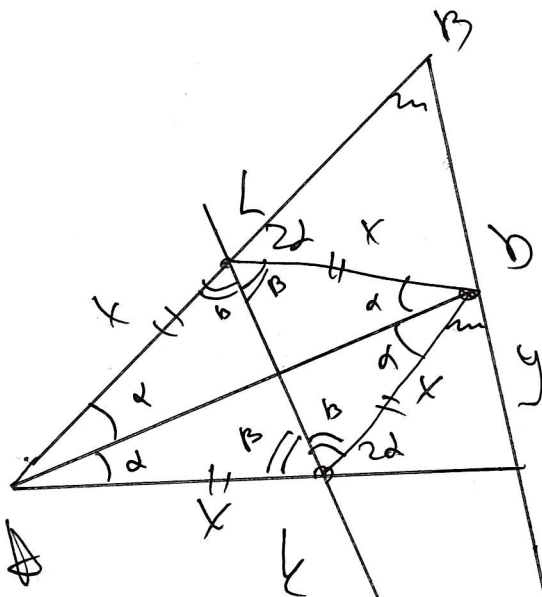
$$\Rightarrow AL = LP = PK = AK (\text{равносторонний}) = x$$

$$\begin{aligned} ALPK - \text{равн.} (\text{все стороны равны}) &\Rightarrow \\ \Rightarrow LP \parallel AK \end{aligned}$$

$$\text{так как } \angle ALK = \beta, \Rightarrow \angle LK =$$

$$= \angle KLP = \angle AKL = \angle LKP = \beta$$

и тогда:



$\angle BKC$ - внешний

$$\begin{aligned} \text{угол } \triangle HKB &\Rightarrow \\ \Rightarrow \angle PKC &= 2\alpha \\ \text{аналогично} \\ \angle BLP &= 2\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ALDK - \text{равн.} &\Rightarrow \\ \Rightarrow AL \parallel KD &\Rightarrow \angle CBK = \\ = \angle BPL &= \alpha \end{aligned}$$

$\triangle KPC$ и $\triangle LPB$:

$$\begin{aligned} \angle BKC &= \angle BLP \\ \angle KPC &= \angle LPB \end{aligned} \quad \Bigg\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle KPC \sim \triangle LPB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BK}{BL} = \frac{KC}{LP} \Rightarrow$$

Всего 3, 14

$$\frac{x}{AB-x} = \frac{AC-y}{x}, AB=8, AC=6 \text{ (given)}$$

$$\frac{x}{8-x} = \frac{6-x}{x} \Rightarrow x^2 = (8-x)(6-x)$$

$$x^2 = 48 - 6x - 8x + x^2$$

$$48 = 14x$$

$$x = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

$$\text{нужно } BC=y, CE=z.$$

возвращаясь к началу $\triangle KDC \sim \triangle LDB$:

$$\frac{KC}{LD} = \frac{CD}{DB} \Rightarrow \frac{AC-x}{x} = \frac{y}{BC-y}, AC=6, BC=7, x = \frac{24}{7}$$

$$\frac{6-x}{x} = \frac{y}{7-y} \Rightarrow (6-x)(7-y) = xy$$

$$(6 - \frac{24}{7})(7-y) = \frac{24}{7}y$$

$$42 - 6y - 24 + \frac{24}{7}y = \frac{24}{7}y$$

$$42 - 24 = 6y \Rightarrow y = \frac{18}{6} = 3$$

$\triangle KDC \sim \triangle LBE$:

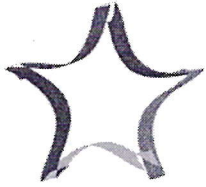
$$\left(\begin{array}{l} \angle E - \text{общий} \\ \angle KDC = \angle LBE \end{array} \right) \Rightarrow \triangle KDC \sim \triangle LBE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{KD}{LB} = \frac{CE}{EB} \Rightarrow \frac{x}{AB-x} = \frac{z+y}{z+BC} \Rightarrow x = \frac{24}{7}, y=3, BC=7, AB=8!$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8-x} = \frac{z+y}{z+4} \Rightarrow x(z+4) = (8-x)(z+y)$$

$$\frac{24}{7}(z+4) = (8 - \frac{24}{7})(z+3)$$

или 4, 14



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\frac{24}{z} \quad z + 24 = 8z \quad + 24 - \frac{24}{z} = -\frac{24 \cdot 3}{z}$$

$$\frac{24z}{z} + \frac{24z}{z} - 8z = -\frac{24 \cdot 3}{z} \quad | \cdot (-1)$$

$$\frac{z(56 - 48)}{z} = \frac{24 \cdot 3}{z}$$

$$8z = 24 \cdot 3$$

$$z = 9$$

как надо найти: $\frac{BE}{CE} = \frac{BC + CE}{CE} =$

$$= \frac{4 + z}{z} = \frac{4 + 9}{9} = \frac{16}{9}$$

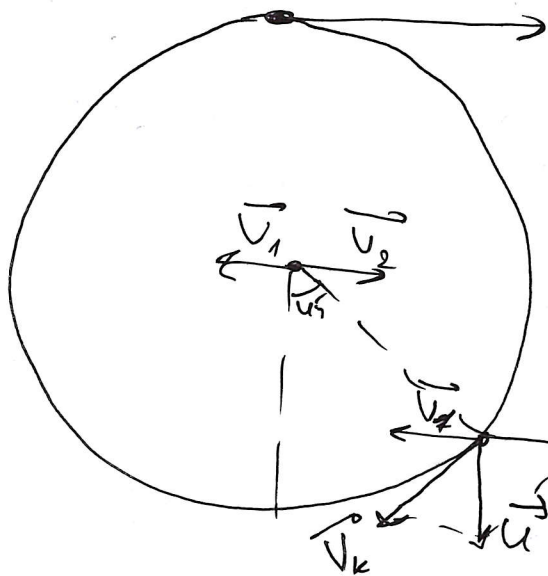
Ответ: $\frac{16}{9}$

W-5



мен 5818

N5

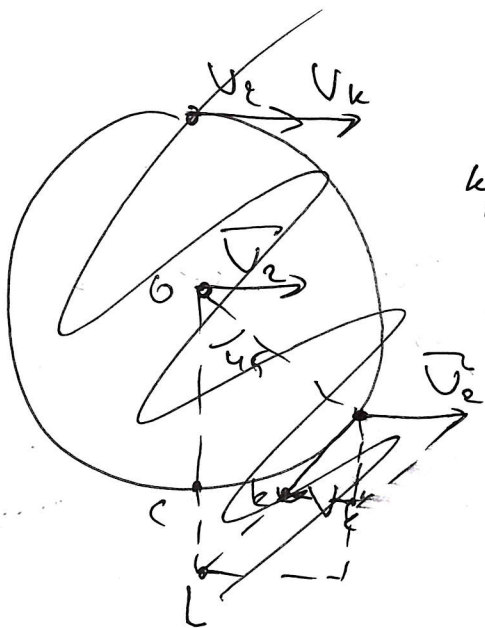


рациональны, когда
направлен вектор ~~гла~~
скорости центра колеса:
(т.е. какой из векторов
существует: $\vec{V}_1$ или $\vec{V}_2$)

для этого рационали
 $\vec{u}$ в точке B:

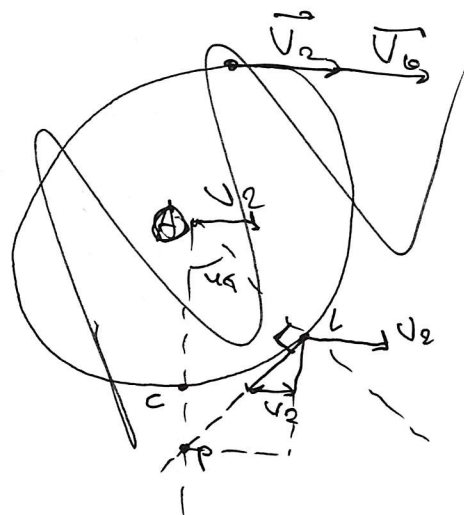
$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{V}_2 + \vec{V}_k \\ \vec{V}_1 + \vec{V}_k \end{bmatrix}, \text{ где } \vec{V}_k -$$

вектор скорости вращения.
значит, что если складываем $\vec{V}_2 + \vec{V}_k$, то
получившийся вектор будет равен
"меньше" длины векторов, или даже
может быть $\vec{u}$, а значит, реальный вектор
 $\vec{V}_2$

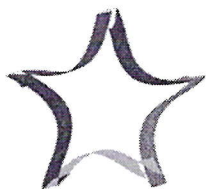


значит, что $\vec{V}$ в т. А
состоит из суммы векторов
вращения и движения, а значит
 $\vec{V} = \vec{V}_2 + \vec{V}_k \Rightarrow V = V_2 + V_k = 40 \text{ см/с}$
~~гол~~

мкс



мкс 6,5 15



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

расшифровать
подводные линии
рисунка:

$$BD = AQ = V_2$$

$$QB = AB = V_k$$

$$AQ \parallel BD \parallel OK'$$

$$\angle OBP = 90^\circ \text{ (касаясь)}, \angle COB = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CPB = 45^\circ$$

$$ALC - \text{прямоугольник}$$

$$\Rightarrow OK' \parallel PL$$

$$PL \perp CP \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle APL = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BAQ = 45^\circ \text{ (} AQ \parallel PL \text{)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow QA = QB = V_2$$

Тн. ирисеко:

$$AQ^2 + QB^2 = AB^2$$

$$V_2^2 + V_2^2 = V_k^2$$

$$V_k = V_2 \sqrt{2}, \text{ но из условия } V_k + V_2 = 40 \text{ км/ч}$$

$$V_2 + V_2 \sqrt{2} = 40$$

$$\Rightarrow V_2 (1 + \sqrt{2}) = 40 \Rightarrow V_2 = \frac{40}{1 + \sqrt{2}} = \frac{40 \cdot (1 - \sqrt{2})}{1 - 2} = \frac{40 - 40\sqrt{2}}{-1} = 40\sqrt{2} - 40$$

Мн 2510

$$= \frac{40(\sqrt{2}-1)}{1} = 40(\sqrt{2}-1), V_u = 40 - 40(\sqrt{2}-1) <$$

$$= 40(1-\sqrt{2}+1) = 40(2-\sqrt{2}), 2-\sqrt{2} > \sqrt{2}-1 \Rightarrow$$

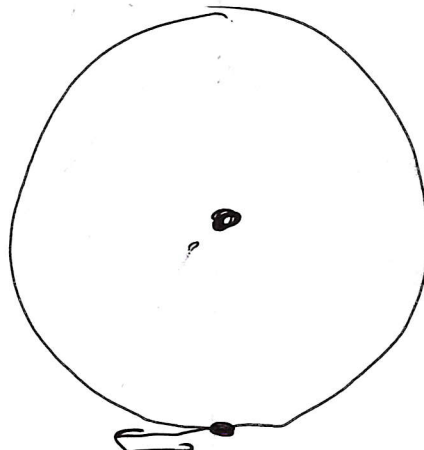
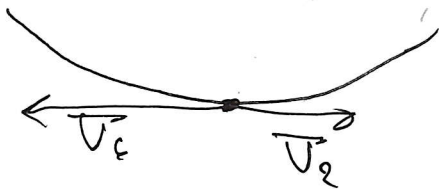
$$\Rightarrow V_k > V_2.$$

В н. с $\vec{V}_k$ и $\vec{V}_2$ противоположны, а значит

$$\vec{V}_{\text{рез}} = \vec{V}_k + \vec{V}_2 \Rightarrow V_{\text{рез}} = V_k - V_2 = 40(2-\sqrt{2} - \sqrt{2}-1) =$$

$$= 40(3-2\sqrt{2}) \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

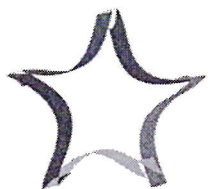
Направление $V_{\text{рез}}$ будет в сторону $\vec{V}_k$, и т. е. наименьшее:



Далее: направление будет, $V_{\text{рез}} = 40(3-2\sqrt{2})$
 $V_{\text{рез}} = 40(3-2\sqrt{2})$

↓ N8

лучше 8y 1⁴



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

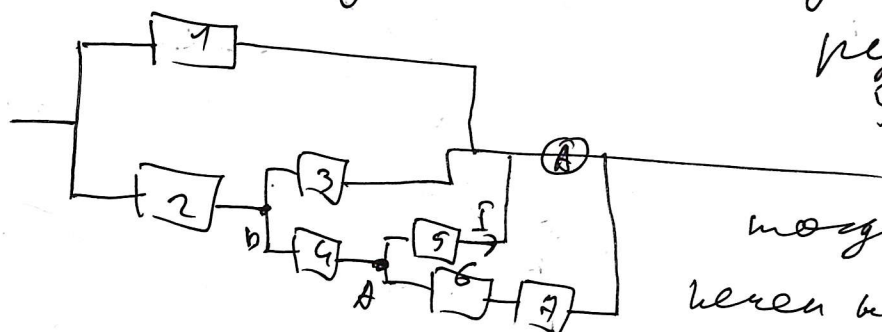
шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 8

уменьш. схему.

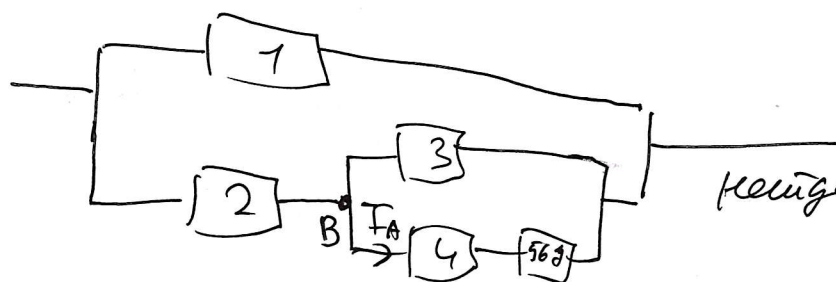


пусть через резистор
5 течет ток I .

тогда через резисторы 6 и
7 течет ток I_x , найдем его:

$$IR = I_x \cdot 2R \Rightarrow I_x = 0,5I$$

тогда по 1-ой закону Кирхгофа через
узел А: $I_A = 1,5I$, и.е. ток через резистор 4.
уменьш. схему:



найдем R_{567} : $\frac{R_5(R_6 + R_7)}{R_5 + R_6 + R_7} =$

$$= \frac{R \cdot 2R}{3R} = \frac{2}{3}R$$

найдем ток через резистор 3: пусть он I_y .

тогда $I_y \cdot R_3 = I_A (R_4 + R_{567})$
 $I_y R = 1,5I \cdot \left(R + \frac{2}{3}R\right)$

Мин 9,5 балла

$$I_y R = 1,5 I R + \frac{45^5}{10} \cdot \frac{2}{3} R I$$

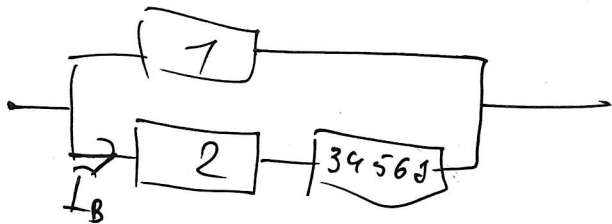
$$I_y R = 1,5 I R + I R$$

$$I_y = 2,5 I, \text{ где } I \text{ — ток в ветви 3}$$

тогда по 1-му закону Кирхгофа ток у узла B:

$$I_y + I_A = 1,5 I + 2,5 I = 4 I = I_B, \text{ где } I_B \text{ — ток в ветви 2}$$

упрощенную схему:



найдем R_{3456} :

$$R_{3456} = \frac{R_3(R_4 + R_{56})}{R_3 + R_4 + R_{56}} =$$

$$= \frac{R(R + \frac{2}{3}R)}{R + R + \frac{2}{3}R} = \frac{\frac{5}{3}R^2}{\frac{8}{3}R} =$$

$$= \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 5}{3 \cdot 8} R = \frac{5}{8} R$$

тогда найдем I_1 — ток 1-й ветви:

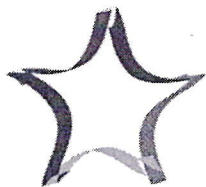
$$I_B \cdot (R_2 + R_{3456}) = I_1 R$$

$$4 I \left(R + \frac{5}{8} R \right) = I_1 R$$

$$\frac{4 I \cdot 13 R}{8} = I_1 R \Rightarrow I_1 = \frac{13}{2} I = 6,5 I$$

вернемся к упрощенной схеме и проследим ток:



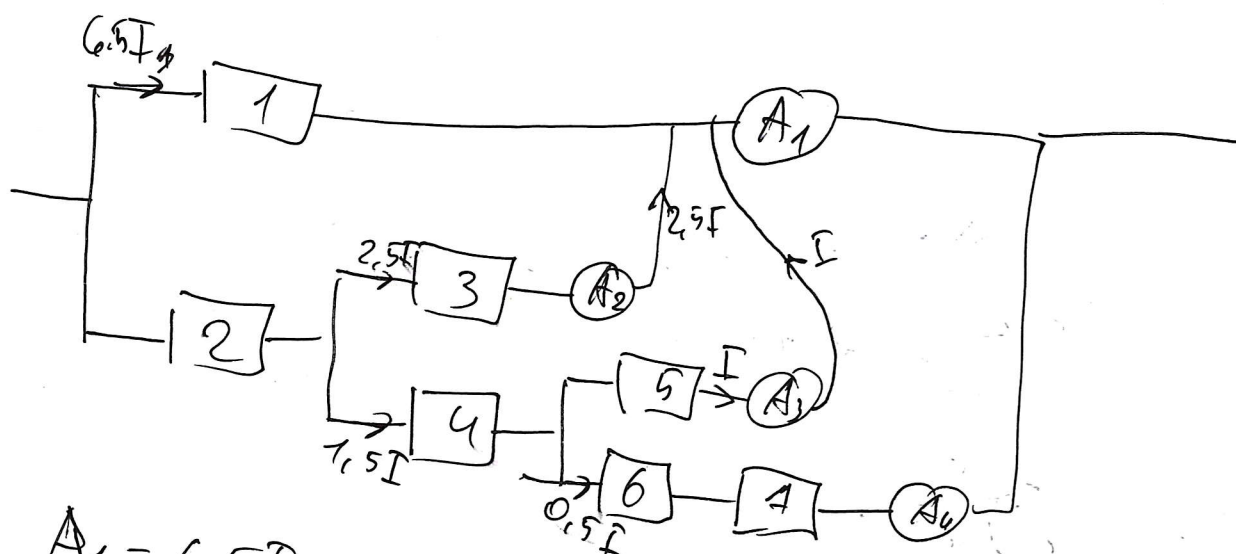


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



$$A_1 = 6.5I + 2.5I + I = 40 \mu A$$

$$10I = 40 \mu A$$

$$I = 4 \mu A$$

$$A_2 = 2.5I = 2.5 \cdot 4 = 10 \mu A$$

$$A_3 = I = 4 \mu A$$

$$A_4 = 0.5I = 2 \mu A$$

$$\text{Given: } A_1 = 40 \mu A$$

$$A_2 = 10 \mu A$$

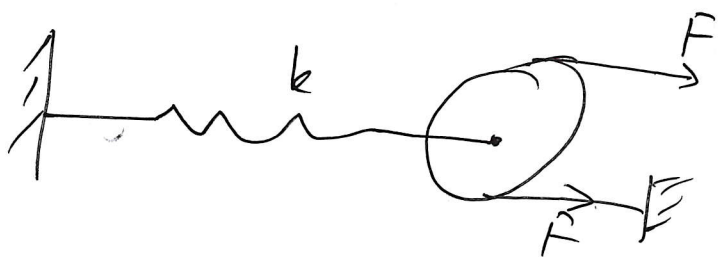
$$A_3 = 4 \mu A$$

$$A_4 = 2 \mu A$$

Решен 11.9.17

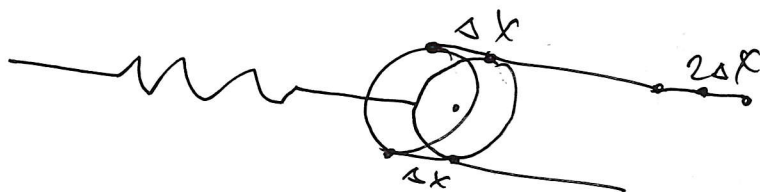
№3

найти зависимость между
и какой координатой:



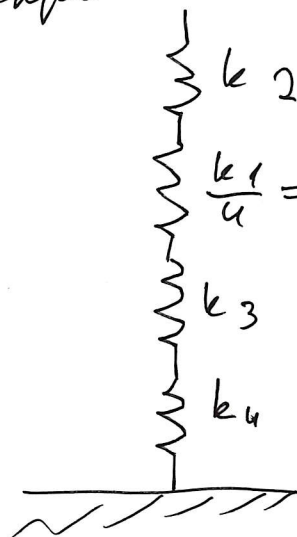
пусть мы знаем с силой
F. тогда для нахождения
какой на него $\Delta x_{об}$

к пружине приложена сила $2F$, а значение
 $\Delta x = \frac{F_{пр}}{k_{пр}} = \frac{2F}{k}$. Но мы удлинили пружину
на Δx одна сторона на Δx , а другая
удлинение было $2\Delta x$:



$$\text{значит } k_{об} = \frac{F}{2\Delta x} = \frac{F}{2 \cdot \frac{2F}{k}} = \frac{k}{4}$$

упростим схему:



$$\frac{k_1}{4} = k_{об}$$

найдем
модуль $k_{об}$:

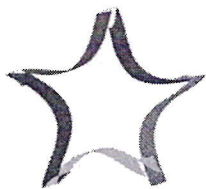
$$\frac{1}{k_{об}} = \frac{1}{k_4} + \frac{1}{k_3} + \frac{4}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$\frac{1}{k_{об}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{400} + \frac{4 \cdot 2}{200} + \frac{1}{400}$$

$$\frac{1}{k_{об}} = \frac{4+1+2+1}{400} = \frac{8}{400} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{об} = \frac{400}{8} = 50 \text{ Н/м}$$

или 12,5 Н/м



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$F = k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k}, F = 20 \text{ Н}, k = 50 \text{ Н/м} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta x = \frac{20}{50} = 0,4 \text{ м} = 40 \text{ см}.$$

Ответ: 1) $k_{\text{эбв}} = 50 \text{ Н/м}$

$$\Delta x = 40 \text{ см}$$

N 3



Мин 135 13

разобран парм на группы:

1: 9, 6, 4

в ①-ой звеняваем

2: 10, 7, 2

сравниваем группы ① и ②:

3: 3, 5, 8

~~на~~ так но они должны быть
равны, но у нас есть такая
пара.

①

рассмотря все исходы

если группа 1 перевесит, то
это значит что 2 такая пара в группе 2.
первое делаем 2 звеняване: сравниваем

пары 4 и 2+5. пара 5 точно не такая.
они перевешивают 4, но, и пара 5 не

такая, значит такая пара 2.
если перевешивает пары 2+5, но значит

пара 4 такая. если наоборот, то

такая пара 10, ведь мы знаем что
такая пара среди пар 7, 2, 10, 4

в алгебре равная 2+5 и 7 означает
что пары 2 и 7 хороши.

②

если перевесит группа 2, то
такая пара в группе 1. obviously

случаю ① сравниваем пары 6 и 2+4.
пара 2 точно не такая, значит obviously

случаю ② мы не знаем, поэтому



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

3) Если же группа 1 и 2 равны,
то самая гора среди групп 3.
аналогично случаю 1 и 2 мы
сравниваем горы 5 и $3+2$, гора 2 гаран-
тированно хороша, а значит мы най анало-
гично случаю 1 и 2 каждое число

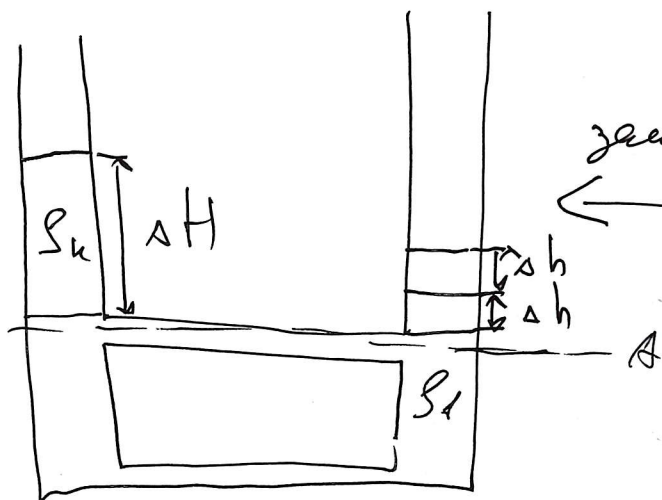
N6



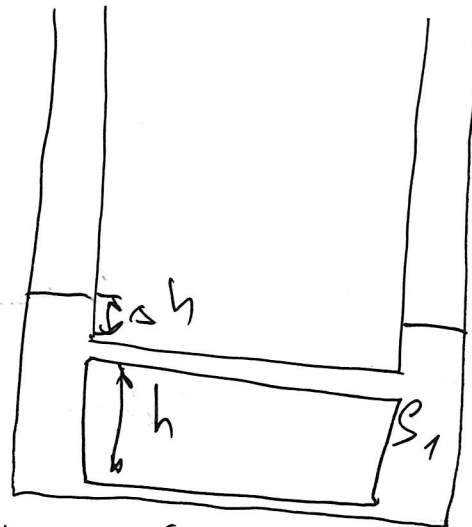
мы 15 и 13

№

проверить, перевесит ли керосин в данной
упреждаю: для этого рассмотрим критический
случай:



здесь
←



$$\Delta H = \frac{V_{\text{керосин}}}{S} = \frac{40000 \text{ см}^3}{100} = 400 \text{ см}$$

$$V_{\text{возд}} = (h + \Delta h) \cdot S \cdot 2$$

$$\frac{100}{1000} \cdot 100000 \text{ см}^3 = (40 + \Delta h) \cdot 160 \cdot 2$$

$$50 = 40 + \Delta h \Rightarrow \Delta h = 10 \text{ см}$$

Рт VP_к : (на уровне A)

$$S_k \cdot \Delta H \cdot \rho_k + V_{\text{возд}} \cdot \rho_{\text{возд}} = S_1 \cdot 2 \Delta h \cdot \rho_k$$

$$800 \cdot 40 + 10000 \cdot 20$$

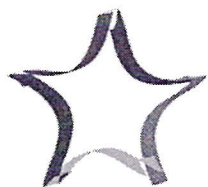
$$32000 + 20000$$

32000 > 20000, а значит керосин
"выдавлен" вверх в упреждаю на уровне A.
рассмотрим этот случай:

или



Мин 165 13

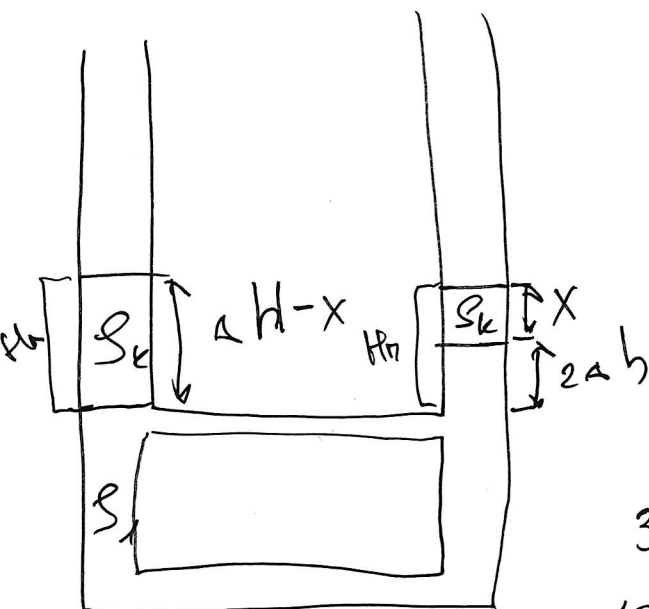


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



найдем условие
равновесия:

$$\rho_1 g (40 - x) = (\rho_1 x + 20 \cdot \rho_2) g$$

$$800 \cdot (40 - x) = (800x + 1000 \cdot 20)$$

$$32000 - 800x = 800x + 20000$$

$$12000 = 1600x$$

$$x = \frac{120}{16} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ см}$$

(я не стал переводить в ~~метры~~ $\frac{1}{100}$ в $\frac{1}{1000}$ и т.д.
единицы измерения сократилось).

знаки менер в ~~правой~~ ^{левой} стороне 40 - 7,5 см не-
используем, т.е. 32,5 см

а в правой 20 + 7,5 = 27,5 см керосина и воды

Ответ: $H_{\text{лев}} = 32,5 \text{ см}$

$H_{\text{прав}} = 27,5 \text{ см}$

Мич 19, 18