



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 18-08-41

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего	8
Баллы	12	12	0	-	8	6	15	59	6

Вариант 1

№1. Пусть x (студентов) - и, начальное кол-во студентов, которые решили купить колонку;
 y (руб./студента) - кол-во денег которое изначально должен был сдавать 1 студент.

П.к. общая стоимость колонки не изменилась можем записать уравнение:

$$x \cdot y = (x-2)(y+1000) = \text{общая стоимость колонки}.$$

$$xy = xy - 2y + 1000x - 2000 \Rightarrow 1000x - 2000 = 2y \Rightarrow 500x - 1000 = y \Rightarrow 500x = 1000 + y.$$

П.к. стоимость колонки целое число тысяч рублей $\Rightarrow x$ - четное число.

Будем подставлять x ; потом y ; а затем находить общую стоимость $x \cdot y$,

при этом $8000 < xy < 20000$; $y \neq 0$.

Если $x=2$, то $y=0 \Rightarrow$ не подходит.

Если $x=4$, то $y=1000 \Rightarrow xy=4000 < 8000 \Rightarrow$ не подходит

Если $x=6$, то $y=2000 \Rightarrow xy=12000 \Rightarrow$ подходит

Если $x=8$, то $y=3000 \Rightarrow xy=24000 > 20000 \Rightarrow$ не подходит

$\Rightarrow \boxed{12000}$ руб. цена колонки

Ответ: 12000 руб. - цена колонки.

125.

№2. В числах от 1 до 80 содержится всего $9 + (80-10) \cdot 2 = 149$ цифр

Чтобы число было наибольшим нужно, чтобы в первых разрядах стояли наибольшие цифры, то есть "9". Поэтому будем вычеркивать

все цифры с начала краем "9". В какой-то момент кол-во цифр, которое мы можем вычеркнуть закончится $\Rightarrow$ это будет на 80-ой цифре $\Rightarrow$ это

будет число 47, где цифра 4 будет зачеркнута, а цифра 7 уже нет.

Тем самым мы получили число 99997... (ит.д.) - наибольший вариант. Всего число будет $149 - 80 = 69$ -значное.

Ответ: 99997484950515253545556575859606162636465666768697071
727374757677787980.

125.

Задача №5.

Дано:
 $\rho_1 = 2000 \text{ кг/м}^3$
 $\rho_2 = 4000 \text{ кг/м}^3$
 $R = R_1 = R_2 = 2 \text{ см}$
 $r = 1 \text{ см}$

Найти:

$\frac{m_1}{m_2} = ?$

Решение:
 Так. проводя - оцинкованные $\Rightarrow$

$L_1 = L_2$ (их длины); $S_1 = S_2$ (площади сечения)

$V_1 = V_2$ (общие объемы)

$m_1 = m_{\text{внеш.}} + m_{\text{внутр.}}$ ($m_{\text{внутр.}}$ - масса внутренней части провода)
 ($m_{\text{внеш.}}$ - масса внешней части провода)

$$m_{\text{внутр.}} = S_{\text{внутр.}} \cdot L \cdot \rho_1 = 2\pi r^2 \cdot L \cdot \rho_1$$

$$m_{\text{внеш.}} = (V_1 - V_{\text{внутр.}}) \cdot \rho_2 = L \cdot 2\pi (R^2 - r^2) \cdot \rho_2$$

$$m_2 = m_{\text{внеш.}} + m_{\text{внутр.}}$$

$$m_{\text{внутр.}} = \rho_2 \cdot 2\pi r^2 \cdot L$$

$$m_{\text{внеш.}} = L \cdot 2\pi (R^2 - r^2) \cdot \rho_1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{L \cdot 2\pi (r^2 \rho_1 + \rho_2 (R^2 - r^2))}{L \cdot 2\pi (\rho_2 r^2 + \rho_1 (R^2 - r^2))} = \frac{r^2 \rho_1 + \rho_2 (R^2 - r^2)}{r^2 \rho_2 + \rho_1 (R^2 - r^2)} = \frac{22/\text{см}^3 \cdot 1\text{см}^2 + 42/\text{см}^3 \cdot 3\text{см}^2}{42/\text{см}^3 \cdot 1\text{см}^2 + 22/\text{см}^3 \cdot 3\text{см}^2} = \frac{22 + 126}{42 + 66} = \frac{148}{108} = \frac{37}{27} \approx 1,4$$

85

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{37}{27} \approx 1,4$.

Задача №6.

Дано:
 $V_0 = 2 \text{ л}$
 $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$
 $t_{\text{н.}} = 0^\circ \text{C}$

$t_1 = 10 \text{ мин}$
 $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$
 $C = 4200 \text{ Дж/кг}^\circ \text{C}$
 $t_{\text{к.}} = 100^\circ \text{C}$

$t_2 = 15 \text{ мин}$

Найти:

$m_{\text{л.}} = ?$

Решение:

Так. кастрюлю нагревали на одной и той же плите $\Rightarrow$

$\Rightarrow N_1 = N_2$ (мощности в обоих случаях равны)

$$Q = \frac{N}{t} \Rightarrow N = Q \cdot t$$

$$Q_1 = C \cdot m_{\text{л.}} \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) = C \cdot V_0 \cdot \rho_0 \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}})$$

$$Q_2 = m_{\text{л.}} \cdot \lambda + m_{\text{л.}} \cdot C \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}})$$

$$N_1 = N_2 \Rightarrow Q_1 \cdot t_1 = Q_2 \cdot t_2$$

$$t_1 \cdot C \cdot m_{\text{л.}} \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) = (m_{\text{л.}} \cdot \lambda + m_{\text{л.}} \cdot C \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}})) \cdot t_2$$

$$t_1 \cdot C \cdot m_{\text{л.}} \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) = m_{\text{л.}} \cdot \lambda \cdot t_2 + m_{\text{л.}} \cdot C \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) \cdot t_2$$

$$t_1 \cdot C \cdot m_{\text{л.}} \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) = m_{\text{л.}} (\lambda \cdot t_2 + C \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) \cdot t_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_{\text{л.}} = \frac{t_1 \cdot C \cdot V_0 \cdot \rho_0 \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}})}{\lambda \cdot t_2 + C \cdot (t_{\text{к.}} - t_{\text{н.}}) \cdot t_2} = \frac{10 \text{ мин} \cdot 4200 \text{ Дж/кг}^\circ \text{C} \cdot 2 \text{ л} \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 100^\circ \text{C}}{15 \text{ мин} (3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг} + 4200 \text{ Дж/кг}^\circ \text{C} \cdot 100^\circ \text{C})} =$$

$$= \frac{10 \cdot 4200 \cdot 2 \cdot 1000}{15 \cdot (330000 + 420000)} = \frac{14 \cdot 4}{75} = \frac{56}{75} \text{ кг}$$

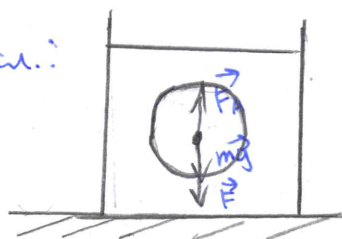
Ответ: $m_{\text{л.}} = \frac{56}{75} \text{ кг}$

Задача №7.

Дано:
 $F = 2 \text{ Н}$
 $\rho_{\text{ж.}} = 1000 \text{ кг/м}^3$
 $V = 1 \text{ л} = 0,001 \text{ м}^3$
 $g = 10 \text{ Н/кг}$

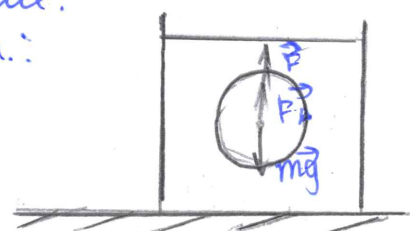
Найти:
 $S = ?$

I сл.:



Решение:

II сл.:



Так. мы не знаем прикладываем ли силу снизу или сверху $\Rightarrow$

⇒ рассмотрим 2 случая; I случай: когда к телу прикладывают силу сверху
II случай: когда к телу прикладывают силу снизу.

I сл.: так тело находится в равновесии ⇒ сила архимеда (F_A) действующая на него равна сумме приложенной силы (F) и силе тяжести (mg) ⇒

$$F_A = mg + F \text{ (где } F_A = V \cdot \rho_x \cdot g; mg = V \cdot \rho \cdot g \text{)}$$

$$V \cdot \rho_x \cdot g = V \cdot \rho \cdot g + F$$

$$V \rho g = V \rho_x g - F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{V \rho_x g - F}{Vg} = \frac{0,001 \text{ м}^3 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} - 2 \text{ Н}}{0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг}} = \frac{8 \text{ Н}}{0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}^3/\text{кг}} = 800 \text{ кг/м}^3$$

II сл.: так тело находится в равновесии ⇒ сила тяжести (mg) действующая на него равна сумме приложенной силы (F) и силы архимеда (F_A) действующей на него ⇒ $mg = F_A + F$ (где $mg = \rho Vg$; $F_A = V \cdot \rho_x g$)

$$\rho Vg = \rho_x Vg + F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\rho_x Vg + F}{Vg} = \frac{0,001 \text{ м}^3 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг} + 2 \text{ Н}}{0,001 \text{ м}^3 \cdot 10 \text{ Н/кг}} = \frac{12 \text{ Н}}{0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}^3/\text{кг}} = 1200 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: Если сила приложена сверху, то $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$;
Если сила приложена снизу, то $\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$.

155

Задача n 8.

Дано:

$$l = 50 \text{ см}$$

$$S = 10 \text{ см}$$

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$m_2 = ?$$

Решение:

Так как система находится в равновесии ⇒ $M_1 = M_2$

$$M_2 = m_2 g \cdot \frac{l}{2}$$

$$M_1 = \left(\frac{l}{2} - S \right) \cdot g \cdot \frac{m_1}{2}$$

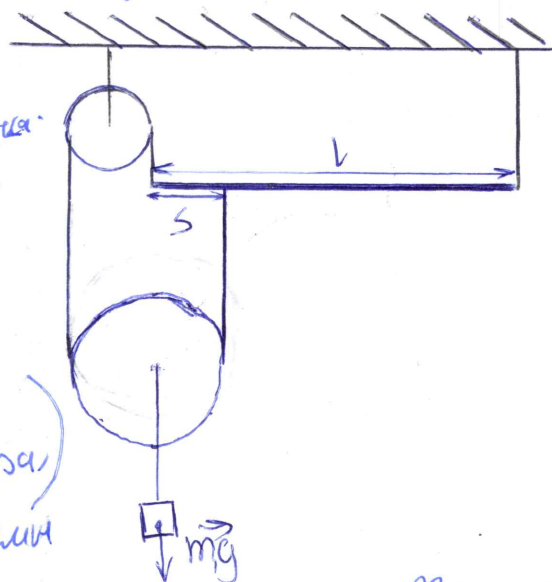
так как подвижный блок действует в силе в 2 раза

Будем считать центром системы середину стержня

$$M_1 = M_2 \Rightarrow m_2 g \cdot \frac{l}{2} = \left(\frac{l}{2} - S \right) \cdot \frac{m_1}{2} \cdot g \Rightarrow m_2 = \frac{\left(\frac{l}{2} - S \right) \cdot \frac{m_1}{2}}{\frac{l}{2}} = \frac{\left(\frac{l}{2} - S \right) \cdot m_1}{l} = \frac{(25 \text{ см} - 10 \text{ см}) \cdot 1 \text{ кг}}{50 \text{ см}} = \frac{15 \text{ см} \cdot 1 \text{ кг}}{50 \text{ см}} = \frac{3 \text{ кг}}{10} = 0,3 \text{ кг}$$

Ответ: $m_2 = 0,3 \text{ кг}$.

65



Задача 3.

а) существует; б) ^{не} существует. Т.к., если у нас количество сторон чётное мы можем подобрать многоугольник вида , который можно перевернуть прямой (где чётное кол-во сторон идёт "зигзагом", а последняя чётная переключивает остальные). Если же у нас будет нечётное количество сторон, то мы не сможем подобрать такой многоугольник, который можно перевернуть одной прямой и при этом не проводить прямую через вершины, потому что у нас либо одна сторона останется незакрытой либо прямая будет проходить через вершины, что противоречит условию.

Ответ: а) существует; б) не существует.

об