

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-11

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	13	13	—	—	—	—	

Вариант 2

	v	t	s
Велосипед	16 км/ч	$(t+2)$ ч	16 $(t+2)$ км
Мотоцикл	32 км/ч	$(t+1)$ ч	32 $(t+1)$ км
Автомобиль	48 км/ч	t ч	48 t км

Пусть автомобиль ехал t часов, тогда мотоциклист ехал $(t+1)$ часов, а велосипедист ехал $(t+2)$ часов. Известно, что велосипед ехал со скоростью 16 км/ч, мотоциклист — с 32 км/ч, и автомобиль — с 48 км/ч. Также по условию, сумма расстояний от автомобиля до мотоцикла и до велосипеда не превышает 16 км.

Составим неравенство:

$$|48t - 16(t+2)| + |48t - 32(t+1)| \leq 16$$

$$|48t - 16t - 32| + |48t - 32t - 32| \leq 16$$

$$|32t - 32| + |16t - 32| \leq 16$$

нули подмодульных выражений: $t=1$. $t=2$.

$\begin{cases} t < 1 \\ 32 - 32t - 16t + 32 \leq 16; \\ t < 1 \\ -48t + 64 - 16 \leq 0 \\ t < 1 \\ -48t + 48 \leq 0 \\ t < 1 \\ 48t - 48 \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} 1 \leq t \leq 2 \\ 32t - 32 - 16t + 32 \leq 16 \\ 1 \leq t \leq 2 \\ 16t \leq 16 \\ 1 \leq t \leq 2 \\ t \leq 1. \end{cases} \quad t=1.$	$\begin{cases} t > 2 \\ 32t - 32 + 16t - 32 \leq 16. \\ t > 2 \\ 48t - 80 \leq 0 \\ t > 2 \\ 48t \leq 80 \\ t > 2 \\ t \leq \frac{80}{48} \end{cases}$
--	---	--

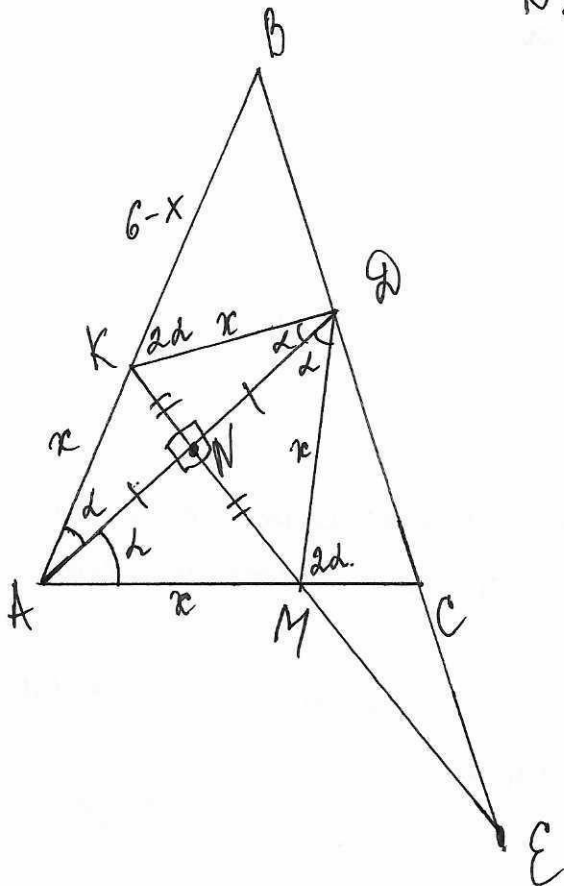
$$\begin{cases} t < 1 \\ t \geq 1. \end{cases}$$

$\emptyset$.

N1 (продолжение).

Получим, что $t=1$. Тогда автомобиль проехал $48 \cdot 1 = 48$ км.
 Ответ: 48 км.

N2



Дано:

$$AB = 6$$

$$BC = 5$$

$$AC = 4$$

AD — биссектриса

NE — серед. перпендикуляр.

$$BE : CE = ?$$

Решение:

Рассм.: $\triangle AKM$.

AN — выс., (по условию)

AN — высота (т.к. NE — сер. перп.)

$\triangle AKM$ — равнобедр. и AN — медиана.

$$KN = NM \text{ (т.к. AN — медиана)}$$

$$AN = DN \text{ (т.к. NE — сер. перпенд.)}$$

$\Rightarrow AKDM$ — параллелограмм
 (т.к. диагонали делятся точкой
 пересечения пополам)

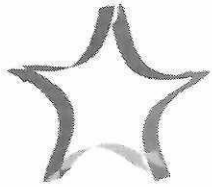
$AD \perp KM$ (т.к. NE — сер. перпенд.) $\Rightarrow AKDM$ — ромб
 (по признаку ромба)

$$\Rightarrow AK = KD = DM = AM = x.$$

$$\angle BKD = \angle KAD + \angle KDA = 2\alpha \text{ (как внешний угол при } \triangle AKD)$$

$$\angle DMC = \angle DAM + \angle ADM = 2\alpha \text{ (как внешн. угол при } \triangle ADM)$$

$$\Rightarrow \angle BKD = \angle DMC = 2\alpha.$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-11

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№2 (продолжение)

$KD \parallel AC$ т.к. $AKDM$ — ромб.

$\angle BDK = \angle DCM$ (как соотв. углы при $KD \parallel AC$ и секущей DC).

Рассм. $\triangle DMC$ и $\triangle BDK$:

$$\begin{aligned} \angle BDK &= \angle DMC = \alpha \\ \angle BDK &= \angle DCM \end{aligned} \Rightarrow \triangle DMC \sim \triangle BDK \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BK}{DM} = \frac{BD}{DC}.$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \text{ (по св-ву биссектрисы в } \triangle ABC \text{)}.$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$\frac{BK}{DM} = \frac{BD}{DC} = \frac{3}{2}.$$

$$BD = 6 - x$$

$$DC = x$$

$$\frac{6-x}{x} = \frac{3}{2}.$$

$$3x = 2(6-x)$$

$$3x = 12 - 2x$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4.$$

$$\frac{BK}{AK} \cdot \frac{AM}{MC} \cdot \frac{CE}{BE} = 1 \text{ (по теореме Менелая)}$$

$$\frac{6-x}{x} \cdot \frac{x}{4-x} \cdot \frac{CE}{BE} = 1.$$

$$\frac{BE}{CE} = \frac{6-x}{4-x} = \frac{6-2,4}{4-2,4} = \frac{3,6}{1,6} = \frac{9}{4}$$

Ответ: $\frac{9}{4}$.

$$BE:CE = 9:4$$

√3

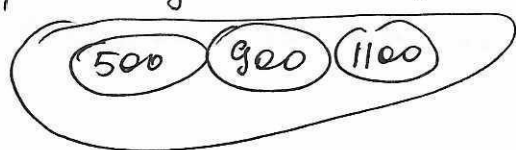
Распределении ~~шир~~ шири в 3 группы.

① (500; 900; 1100)

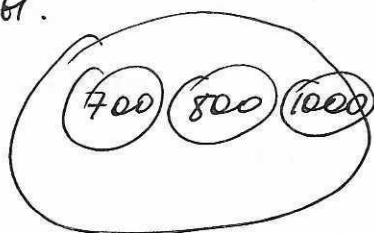
② (700; 800; 1000)

③ (300; 400; 600).

Сначала поставим в ~~ле~~ левую чашу весов ~~ширы~~ все шири из 1-ой группы, а в правую чашу положим все шири из 2-ой группы.



левая чаша



правая чаша

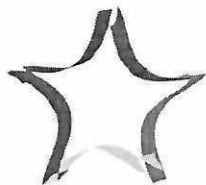
Допустим ~~ширы~~ ~~ширы~~ шири из 1-ой группы меньше,
 вес

Тогда ширина, которую мы ищем, находится в 1-ой группе.
 Теперь поставим на левую чашу шири: ~~400 и 900~~. А на
 правую - ~~500 и 800~~. 500 и 800. Если левая
 чаша легче, то искомая ширина - 900. Если правая чаша
 легче, то искомая чаша - 500. Если же чаши равны,
 то искомая ширина - 1100.

Допустим после первого взвешивания 2-ая группа ока-
 залась легче, то наша искомая ~~ширы~~ ширина лежит во 2-ой группе.
 (700; 800; 1000).

Поставим в левую чашу - 1000 и 1100, а в правую - ~~500 и 800~~.
 500, 700 и 900. Если левая чаша легче, то наша
 искомая ~~ширы~~ ширина - 1000. Если правая чаша легче, то
 наш ответ - 700. Если чаши уравновешены, то ответ: 800.

Допустим, после первого взвешивания 1-ая и 2-ая группы
 уравновесились. Тогда наша искомая ширина лежит в 3-ей группе.
 Поставим в левую чашу: 400 и 800. А в правую: 300 и 500.
 Если левая чаша легче, то ответ 400, если правая легче, то
 ответ 300. Если чаши равны, то ответ: ~~600~~, 600.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-09-11

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант

2

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

~~при x=19.~~

$$f(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = e$$
$$f(0) = e \quad e \in (-4000; -3000) \text{ по условию.}$$

$$a \cdot 19^4 + b \cdot 19^3 + c \cdot 19^2 + d \cdot 19 + e = 2025$$

$$19(a \cdot 19^3 + b \cdot 19^2 + c \cdot 19 + d) = 2025 - e \quad \Rightarrow$$

Аналогично при $x=135$:

$$135(a \cdot 135^3 + b \cdot 135^2 + c \cdot 135 + d) = 2025 - e$$

$\Rightarrow (2025 - e)$ делится на 19 и 135, значит $(2025 - e)$ делится на 2565.

$$(2025 - e) = 2565k.$$

При $k=1$.

$2025 - e = 2565$, в этом случае e не входит в отрезок $(-4000; -3000)$. При $k < 1$, e тоже не будет входить в нужный отрезок.

При $k=2$.

$$2025 - e = 5130$$

$$e = -3105. \text{ — подходит.}$$

При $k=3$.

$2025 - e = 7695$. — в этом случае e ~~также~~ не входит в отрезок $(-4000; -3000)$. При $k > 3$ e тоже не будет нам подходить.

Значит нам подходит только один ответ, при $k=1$, $e = -3105$.

$$e = f(0) = -3105.$$

~~Ответ:~~ Ответ: -3105 .