



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 57-08-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	5	13	0	6	10	7	15	68

Вариант 1.

№ 7.

Решение:

Запишем условие равновесия.

$$\vec{F}_{\text{тяж.}} + \vec{F}_{\text{п}} = \vec{F}_A$$

$$\vec{F}_{\text{тяж.}} = mg = g \rho_{\text{т}} V_{\text{т}}$$

$$\vec{F}_A = g \rho_{\text{ж}} V_{\text{т}}$$

$$g \rho_{\text{т}} V_{\text{т}} + \vec{F}_{\text{п}} = g \rho_{\text{ж}} V_{\text{т}}$$

$$g \rho_{\text{т}} V_{\text{т}} = g \rho_{\text{ж}} V_{\text{т}} - \vec{F}_{\text{п}}$$

$$\rho_{\text{т}} = \frac{g \rho_{\text{ж}} V_{\text{т}} - \vec{F}_{\text{п}}}{g V_{\text{т}}}$$

$$\rho_{\text{т}} = \frac{10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,001 \text{ м}^3 - 2 \text{ Н}}{10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,001 \text{ м}^3} = \frac{10 \text{ Н} - 2 \text{ Н}}{0,01 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^3}{\text{кг}}} = \frac{8 \text{ Н} \cdot \text{кг}}{0,01 \text{ Н} \cdot \text{м}^3} =$$

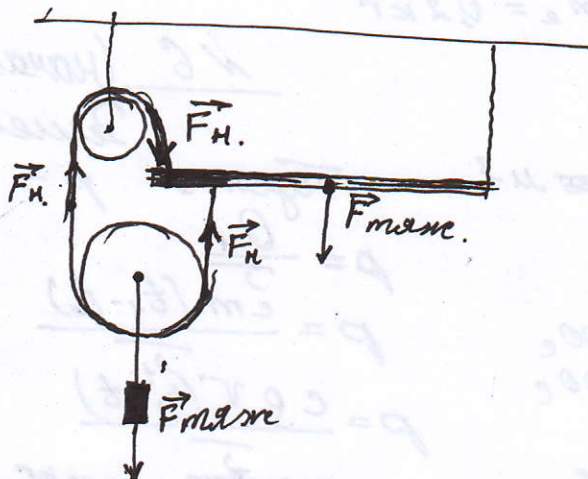
$$= \frac{8}{0,01} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{800}{1} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho_{\text{т}} = 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

№ 8.

Решение:

Рассмотрим силы действующие на конструкцию.



Дано:

$$m_1 = 1 \text{ кг}$$

$$L_c = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$$

$$S = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$\text{Найти } g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

Найти:

$$m_2 = ?$$

Запишем правило моментов для ~~левого~~ правого края стержня.

$$M_1 + M_2 = M_3$$

$$M_1 = \vec{F}_{\text{тяж}} \cdot l_{\text{тяж}}$$

$$M_2 = \vec{F}_H \cdot l_1$$

$$M_3 = \vec{F}_H \cdot l_2$$

$\vec{F}_H$ — сила натяжения нитей.

$$\vec{F}_{\text{тяж}} \cdot l_{\text{тяж}} + \vec{F}_H \cdot l_1 = \vec{F}_H \cdot l_2$$

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = g m_2$$

$$m_2 = \frac{\vec{F}_{\text{тяж}}}{g}$$

$$\vec{F}_{\text{тяж}} \cdot l_{\text{тяж}} = \vec{F}_H \cdot l_2 - \vec{F}_H \cdot l_1$$

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = \frac{\vec{F}_H \cdot l_2 - \vec{F}_H \cdot l_1}{l_{\text{тяж}}}$$

$$m_2 = \frac{\vec{F}_H (l_2 - l_1)}{g \cdot l_{\text{тяж}}}$$

$$\vec{F}_H = \frac{1}{2} \vec{F}_{\text{тяж блока}}$$

$$\vec{F}_H = \frac{1}{2} \cdot g m_1$$

$$l_2 = L = 50 \text{ см}$$

$$l_1 = L - 10 = 50 \text{ см} - 10 \text{ см} = 40 \text{ см}$$

$$l_{\text{тяж}} = \frac{1}{2} L$$

$$m_2 = \frac{\frac{1}{2} g m_1 (l_2 - l_1)}{g \cdot l_{\text{тяж}}}$$

$$m_2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1 \text{ кг} \cdot (50 \text{ см} - 40 \text{ см})}{\frac{1}{2} \cdot 50 \text{ см}} = \frac{10 \text{ кг} \cdot \text{см}}{50 \text{ см}} = \frac{1}{5} \text{ кг} = 0,2 \text{ кг}$$

Ответ: $m_2 = 0,2 \text{ кг}$

Дано:

$$V_B = 2 \text{ л} = 0,002 \text{ м}^3$$

$$t = 0^\circ \text{C}$$

$$t_1 = 100^\circ \text{C}$$

$$\tau_1 = 10 \text{ мин} = 600 \text{ с}$$

$$\tau_2 = 15 \text{ мин} = 900 \text{ с}$$

$$c_B = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$$

$$\lambda = 33 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$$

№ 6 (начало)

Решение:

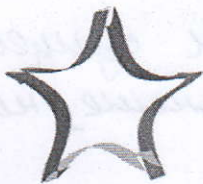
Пусть P — мощность плитки.

$$P = \frac{Q_1}{\tau_1 - t_0}$$

$$P = \frac{c_B V (t_1 - t)}{\tau_1 - t_0}$$

$$P = \frac{c_B V (t_1 - t)}{\tau_1 - t_0}$$

$$P = \frac{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,002 \text{ м}^3 \cdot (100^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C})}{600 \text{ с}} = 1400 \frac{\text{Дж}}{\text{с}}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 57-08-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1.

N6 (продолжение).

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$g = \frac{10}{\text{кг}}$$

Найти: $m_1 = ?$

При добавлении льда в воду, вода начала отдавать тепло льду, но при этом количество теплоты Q в кастрюле осталось прежним. Значит, вся теплота пошла на растапливание льда и вскипечение полученной воды.

$$\rho = \frac{Q_2}{J_2}$$

$$Q_2 = \rho J_2$$

$$\lambda m_1 + c m_1 (t_1 - t_0) = \rho J_2$$

$$m_1 (\lambda + c(t_1 - t_0)) = \rho J_2$$

$$m_1 = \frac{\rho J_2}{\lambda + c(t_1 - t_0)}$$

$$m_1 = \frac{1400 \cdot 900}{3,3 \cdot 10^5 + 4200 \cdot (100 - 0)} = \frac{1400 \cdot 900}{3,3 \cdot 10^5 + 4200 \cdot 100} = \frac{14 \cdot 9}{3,3 + 4,2} = \frac{14 \cdot 9}{7,5} = \frac{14 \cdot 3}{2,5} = \frac{42}{1,25} = 1,68 \text{ (кг)}$$

$$= \frac{1400 \cdot 900}{3,3 \cdot 10^5 + 4,2 \cdot 10^5} = \frac{14 \cdot 9 \cdot 10^4}{10^5 (3,3 + 4,2)} = \frac{14 \cdot 9 \cdot 1}{10 (3,5)} = \frac{14 \cdot 9}{45} = \frac{14 \cdot 3}{12,5} = \frac{42}{1,25} = 1,68 \text{ (кг)}$$

Ответ: $m_1 = 1,68 \text{ кг}$.

N5.

Дано:

$$\rho_1 = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 4000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$R = R_1 = R_2 = 2 \text{ см} = 0,02 \text{ м}$$

$$r = 1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

Найти:

$$\frac{m_1}{m_2}$$

$$m_1 = (\pi R^2 - \pi r^2) \rho_1 + \pi r^2 \rho_2$$

$$m_2 = (\pi R^2 - \pi r^2) \rho_2 + \pi r^2 \rho_1$$

$$m_1 = (\pi R^2 - \pi r^2) h \rho_1 + \pi r^2 h \rho_2$$

$$m_2 = (\pi R^2 - \pi r^2) h \rho_2 + \pi r^2 h \rho_1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\pi R^2 - \pi r^2) h \rho_1 + \pi r^2 h \rho_2}{(\pi R^2 - \pi r^2) h \rho_2 + \pi r^2 h \rho_1} = \frac{h((\pi R^2 - \pi r^2) \rho_1 + \pi r^2 \rho_2)}{h((\pi R^2 - \pi r^2) \rho_2 + \pi r^2 \rho_1)}$$

$$= \frac{\pi L ((R^2 - r^2) \rho_1 + r^2 \rho_2)}{\pi L ((R^2 - r^2) \rho_2 + r^2 \rho_1)} = \frac{R^2 \rho_1^2 \rho_1 + r^2 \rho_2^2}{R^2 \rho_2^2 \rho_2 + r^2 \rho_1^2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,02^2 \cdot 2000 - 0,01^2 \cdot 2000 + 0,01^2 \cdot 4000}{0,02^2 \cdot 4000 - 0,01^2 \cdot 4000 + 0,01^2 \cdot 2000} = \frac{0,005}{0,007} = \frac{5}{7}$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{7}$

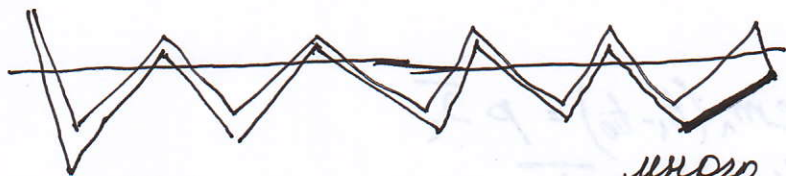
N 3.

а) ~~много~~ ~~угольник~~ с 100 сторонами существует.
За пример возьмём многоугольник поменьше, но с чётным количеством сторон.



Этот многоугольник можно ~~удлинить~~ ^{удлинить} до любого многоугольника с чётным количеством сторон.

б) Многоугольник с 99 сторонами не существует.
99 - число нечётное. Чтобы ~~нужно~~ доказать невозможность существования воспользуемся многоугольником с меньшим ~~числом~~ нечётным количеством сторон.



Невозможность ~~много~~ ~~угольника~~ ^{много} можно доказать по-другому. Допустим такой многоугольник существует. Тогда в точке A_1 ~~линия~~ ^{линия} пересекёт одну сторону и будет проходить внутри фигуры. В точке A_2 - снаружи. В точке A_3 - внутри. Тогда в точке A_{99} линия пересекёт последнюю сторону и будет проходить внутри фигуры. Но линия бесконечна, поэтому она должна выйти из фигуры через сторону вершины. Получаем, что многоугольник должен иметь чётное количество сторон, что противоречит условию.

N 1 (начало)

Пусть x - всего человек ~~всего~~ в комнате общаются.
 a - начальная сумма ~~внесённых~~ денег каждого студента.
1000р - стоимость колонки.

$$ax = 1000x$$

$$(a + 1000)(x - 2) = 1000x$$

$$ax - (a + 1000)(x - 2) = 1000x - 1000x$$

$$ax - ax - x \cdot 1000 + 2a + 2000 = 0$$

$$-1000x + 2a + 2000 = 0$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 57-08-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N1 (продолжение)

$$-1000x + 2a + 2000 = 0$$

$$2a = -2000 + 1000x$$

$$a = 500x - 1000$$

Подставим в выражение

$$ax = 1000b$$

$$(500x - 1000)x = 1000b$$

$$500x^2 - 1000x - 1000b = 0 \quad | :500$$

$$x^2 - 2x - 2b = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2b) = 4 + 8b$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{+2 \pm \sqrt{4+8b}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4(1+2b)}}{2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{1+2b})}{2} = 1 \pm \sqrt{1+2b}$$

x — натуральное число.

b — натуральное число; $8 \leq b \leq 20$

Значит $\sqrt{1+2b}$ — натуральное число.

b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$1+2b$	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	39	41	49

$\sqrt{1+2b}$ — натуральное число при $b=12$

$$x_1 = 1 - \sqrt{1+2 \cdot 12} = 1 - \sqrt{25} = -4 \text{ (не подходит)}$$

$$x_2 = 1 + \sqrt{1+2 \cdot 12} = 1 + \sqrt{25} = 1+5 = 6 \text{ (подходит)}$$

$$1000 \cdot b = 12 \cdot 1000 = 12000 \text{ (руб.)} - \text{стоимость колонки.}$$

Ответ: 12000 рублей.

N2.

Чтобы число получилось как можно больше, то спереди должны стоять максимально большие цифры, то есть девятки. Поэтому мы зачёркиваем с 1 по 8; 9 оставляем; с 10 по 18 зачёркиваем; зачёркиваем единицу в числе 19; зачёркиваем с 20 по 28.

Зачёркиваем цифру 2 в числе 29; зачёркиваем с 30 по 38;
 зачёркиваем цифру 3 в числе 39; зачёркиваем с 40 по 44. Остаётся
 зачеркнуть 5 цифр, это будут самые маленькие в ближайших
 пяти числах то есть цифра 4 в 45; 46; 47; 48; 49.
 и мы получим число:

99995678950515253545556575859606162636465666768697071727374757677787980

N/4.



5



0

