

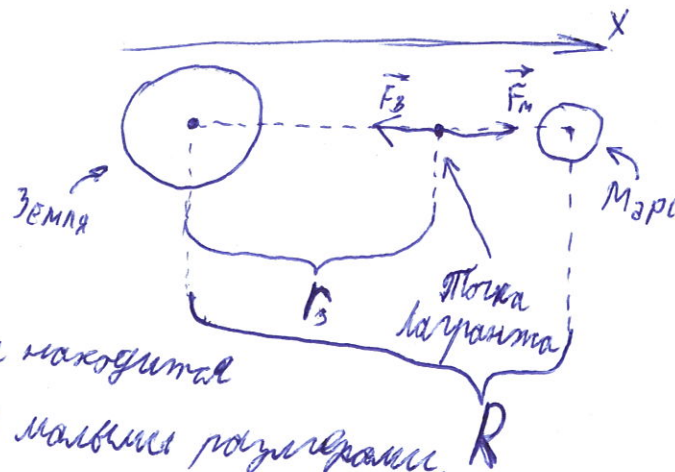
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* А-48-11-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант _____

н.1.



Пусть в точке Лагранжа находится
тело массой m с очень малыми размерами.
Для этого тела в ИСО, связанной с системой Земля-Марс, применим
2-ой закон Ньютона:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Проекция на ось x : $a = 0$ (равновесие)

$$F_m - F_3 = 0$$

$$F_m = F_3$$

$$G \frac{M_3 m}{r_3^2} = G \frac{M_m m}{(R - r_3)^2}$$

$$M_3(R^2 - 2r_3 R + r_3^2) = M_m r_3^2$$

$$M_3 R^2 - 2R M_3 r_3 + M_3 r_3^2 - M_m r_3^2 = 0$$

$$(M_3 - M_m) r_3^2 - 2R M_3 r_3 + M_3 R^2 = 0 \quad \frac{D}{4} = (R M_3)^2 - (M_3 - M_m) \cdot M_3 R^2 = R^2 M_3^2 - M_3^2 R^2 + M_m M_3 R^2 = R^2 M_3 M_m$$

$$\left[r_3 = \frac{R M_3 + R \sqrt{M_3 M_m}}{M_3 - M_m} \right. \\ \left. r_3 = \frac{R M_3 - R \sqrt{M_3 M_m}}{M_3 - M_m} \right]$$

$$\left[r_3 = \frac{54,6 \cdot 6 \cdot 10^4 + 54,6 \sqrt{6 \cdot 10^4 \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}}{6 \cdot 10^{24} - 6,4 \cdot 10^{23}} \right. \\ \left. r_3 = \frac{54,6 \cdot 10^{20} - 54,6 \sqrt{6 \cdot 10^4 \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}}{6 \cdot 10^{24} - 6,4 \cdot 10^{23}} \right]$$

$$\left[r_3 = 81,08 \text{ (млн. км)} \right. \\ \left. r_3 = 41,16 \text{ (млн. км)} \right]$$

* вносится организатором олимпиады

Ответ: точка Лагранжа находится на расстоянии 41,16 млн. км от Земли во Вресь Великого противостояния.

№2.



Рассмотрим силу тяжести, действующую на тело (пусть масса тела — m_1):

$$F_{тяж} = m_1 g_{\text{Марс}}$$

По закону Всемирного тяготения:

$$F_{тяж} = G \frac{M_{\text{Марс}} m_1}{R_{\text{Марс}}^2}$$

Приравняем:

$$m_1 g_{\text{Марс}} = G \frac{M_{\text{Марс}} m_1}{R_{\text{Марс}}^2}$$

$$R_{\text{Марс}} = 3430 \text{ км} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$g_{\text{Марс}} = \frac{G M_{\text{Марс}}}{R_{\text{Марс}}^2}$$

$$g_{\text{Марс}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3)^2} = 3,628 \text{ м/с}^2$$

Ответ: 3,628 м/с²

№3. Каждую секунду корабль проходит расстояние 10^4 м. Значит во любое сечение ~~проходит~~ отсчитывает удары:

$$4,9 \cdot 10^4 = 4,9 \cdot 10^5 (\text{м}^3)$$

Ровно столько же ударов микроаспертов приходит на корабль за 1 секунду.

Рассчитаем изменение импульса корабля при каждом ударе:

Удар неупругий, следовательно:

$$\Delta p = m \Delta v_{\text{сст.}}$$

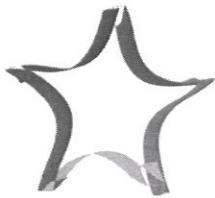
$v_{\text{сст.}}$ — скорость движения микроаспертов в системе отсчета связанной с кораблем.

По преобразованию Галилея:

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_{\text{асп}} - \vec{v}_{\text{кор.}}$$

$$v_{\text{сст.}} = |0 - v_{\text{кор.}}| = v_{\text{кор.}}$$

" $v_{\text{кор.}}$ " — скорость корабля



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* А-78-11-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант _____

Ответ: 98 кН

$$\Delta p = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 0,2 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

В каждую секунду импульс тела будет уменьшаться на:

$$4,9 \cdot 10^5 \Delta p = 4,9 \cdot 10^5 \cdot 0,2 = 98000 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

$\Delta p = F \cdot \Delta t$, Δp - изменение импульса за время Δt под действием силы F .

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{98000 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}}{1 \text{ с}} = 98000 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$$

Ответ: 98 кН

№4. Рассмотрим зависимость силы тяжести какого-то тела массой m по мере удаления от центра Марса.

$$F(r) = \frac{GMm}{r^2}, \text{ где } M - \text{масса Марса}$$

r - расстояние от тела до центра Марса

F - сила тяжести

Сила, которую необходимо приложить к телу, чтобы поднять его на какую-то высоту, на любой высоте будет равно силе тяжести на этой высоте.

Значит работа по подъему тела на высоту 4370 км над поверхностью Марса будет численно равна работе силы тяжести по перемещению этого тела с той высоты на поверхность. Найдем A , как интеграл функции от R до $2R$.

$$A = \int_R^{2R} \left(\frac{GMm}{r^2} \right) dr = \left(-\frac{GMm}{r} \right) \Big|_R^{2R} = -\frac{GMm}{2R} - \left(-\frac{GMm}{R} \right) = \frac{GMm}{2R}$$

(интегрируем от $r=R$ до $r=2R$)
(R - радиус Марса)

Рассчитаем A , как изменение кинетической энергии спутника от 0 до v_1 , где v_1 - первая космическая скорость для данной ситуации.

* вносится организатором олимпиады

$$A_2 = \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m \left(\sqrt{\frac{GM}{R_2}} \right)^2}{2} = \frac{m \cdot GM}{2R_2}, \text{ где } R_2 - \text{расстояние от центра Марса до тела, } R_2 = 2R$$

$$A_2 = \frac{GMm}{4R}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GMm \cdot 4R}{2R \cdot GMm} = 2$$

Ответ: 2.

н5. Поскольку в условии нам дана скорость ракеты, движение происходит по прямой, ~~пути~~ можно предположить, что движение ракеты ~~является~~ равно-
мерным прямолинейным, которая компенсирует гравитационные силы
Земли и Марса в любой момент времени. Движение можно рассмат-
ривать как равномерное, прямолинейное:

$$t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 1262,889 \text{ ч} \approx 52,66 \text{ сут.} - \text{время полета ракеты до Времени Великого противостояния.}$$

Ответ: 52,66 сут.