

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-9-22

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	—	—	10	10	8	15	15	20

Вариант 1

Задание 14.

Исходные:

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y + z)^2 \\ y^2 + 3 = (x + z)^2 \\ z^2 + 4 = (x + y)^2 \end{cases}$$

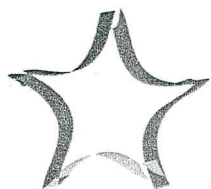
$$1) \begin{cases} (2x - s) s + 2 = 0 \\ (2y - s) s + 3 = 0 \\ (2z - s) s + 4 = 0 \end{cases}$$

по условию s больше 0,
 $\Rightarrow$

$$2) \begin{cases} x = \frac{s^2 - 2}{2s} = \frac{7}{6} \\ y = \frac{s^2 - 3}{2s} = 1 \\ z = \frac{s^2 - 4}{2s} = \frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ y = 1 \\ z = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Ответ: $x = \frac{7}{6}; y = 1; z = \frac{5}{6}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-9-22

Задача №4

Нужно доказать, что $f(2024) > 729$.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \iff \text{Тут 3 разн. корня.}$$

Многогран $f(g(x))$, где $g(x) = x^2 + 6x + 2024$.

1) $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$; 2) $f(g(x)) = (g(x)-x_1)(g(x)-x_2)(g(x)-x_3)$
Тут множители НЕ выражены в 0.

3) $x^2 + 6x + 2024$ - (если $g(x) \neq x_1$)
- $x_1 = 0$ (или корни)

$$D = 36 - 4(2024 - x_1) < 0; \text{ что значит, что } 2024 - x_1 > 9.$$

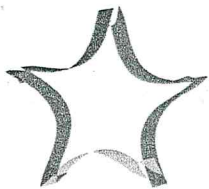
По этому принципу действуем:

$$2024 - x_2 > 9 \quad \text{и} \quad 2024 - x_3 > 9 \implies$$

$$\implies f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > 9^3 = \underline{729}$$

$$\begin{array}{r} 9^3 \\ \times 9 \\ \hline 729 \end{array}$$

Таким образом я доказал, что $f(2024) > 729$.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-9-22

Задание №5

$$V_0 = 40 \text{ м/с}$$

$\gamma_{\text{пол.}} = \alpha = 60^\circ$ к горизонту.

$V = 30 \text{ м/с}$ — скорость в стень верт.

удар остенку упругий

$g = 10 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

1) Движение шара.

$$x = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = V_0 \sin \alpha \cdot t - 5t^2$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - 10t$$

$$2) V_y^2 = V^2 - V_x^2 = (V_0 \sin \alpha - 10t)^2 \leftarrow \text{это вертикальная соед. скорость, а ищем её квадрат}$$

$$100t^2 - 20V_0 \sin \alpha \cdot t + V_0^2 - V^2 = 0, 100t^2 - 20 \cdot 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t + 40^2 - 30^2 = 0.$$

Теперь я хочу узнать время когда шар касается стень и врезается в неё

$$t_2 = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} \approx 5,70 \text{ секунд}$$

$$t_1 = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{2} \approx 1,23 \text{ секунд}$$

Теперь ищу расстояние, на котором расположится точка броска и стень (расстояние по горизонтали)

$$x_1 = V_0 \cos \alpha \cdot t_1 = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,23 \approx 24,6 \text{ м}$$

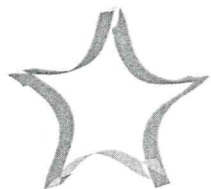
$$x_2 = V_0 \cos \alpha \cdot t_2 = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,70 \approx 114,0 \text{ м}$$

(S) Расстояние в метрах которую пролетит шар когда он паролет в поле. (Максимально)

$$S = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{40^2 \sin 120^\circ}{10} \approx 138,6 \text{ м.}; \text{ По итогу: } L_1 = S - 2x_1 = 89,4 \text{ м}$$

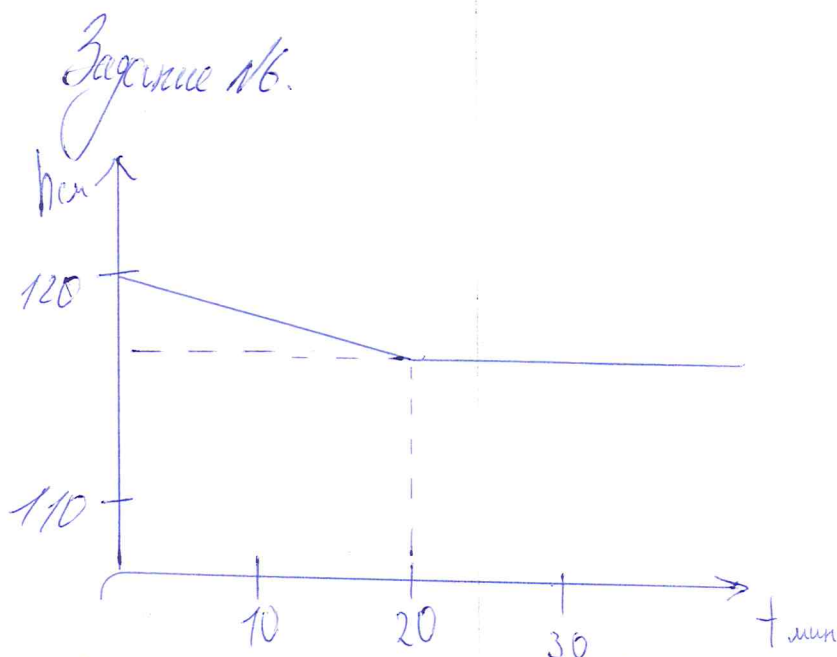
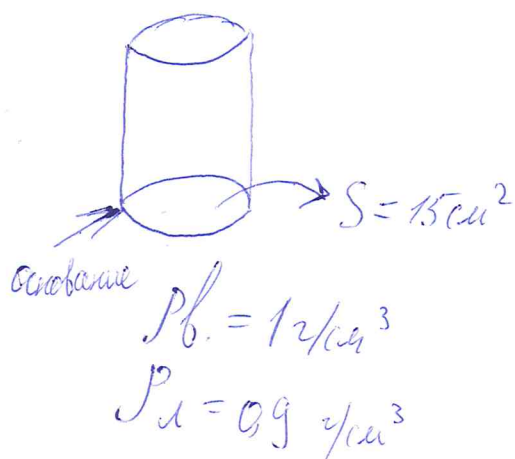
$$L_2 = 2x_2 - S = 89,4 \text{ м.}$$

Ответ: 89,4 м.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-9-22

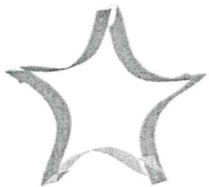


$$\Delta V = S \Delta h = 15 \cdot 5 = 75 \text{ cm}^3 - \text{как уменьшился объём воды в сосуде.}$$

Чтобы найти разницу между объёмами ice, льда и воды: нужно $\Delta V = V_l - V_v =$
 $= \frac{m_l}{\rho_l} - \frac{m_l}{\rho_v}$

Лёд и его исходная масса это: $\frac{\Delta V \cdot \rho_l \cdot \rho_v}{\rho_l - \rho_v} = 675 \text{ г}$; Зная это я теперь могу
 найти объём воды, которая находится в сосуде: $\times \frac{115}{15} = 1725 \text{ cm}^3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ масса воды по началу, это $\rho_v V_k - m_l = 1050 \text{ г}$

Ответ: m воды: 1050 г; Масса льда: 675 г.

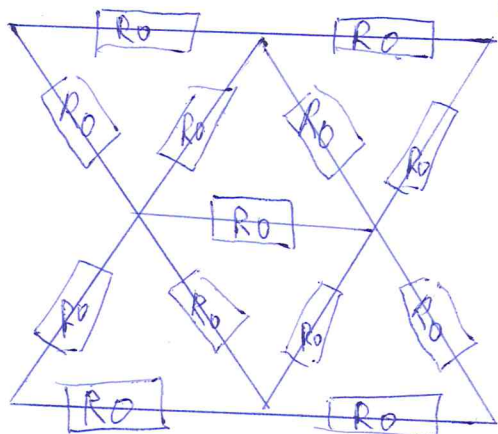


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

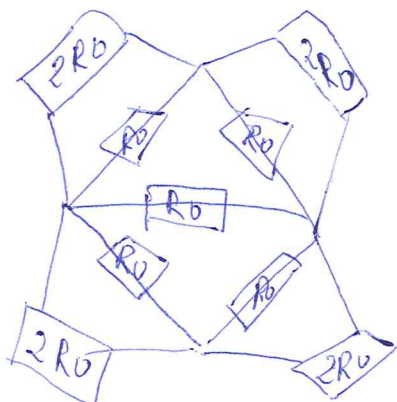
Шифр 55-9-22

Задача №7

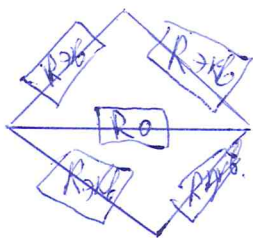
1)



2) упрощаю схему замещения:

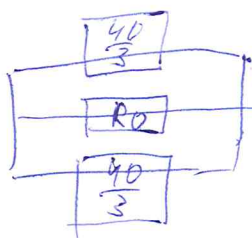


3) упрощаю схему 2 раз.



$$R \text{ экв. при к-ти (пооч)} \Rightarrow R_{\text{экв}} = \frac{2R_0 \cdot R_0}{2R_0 + R_0} = \frac{20}{3}$$

4) упрощаю схему 3 раз

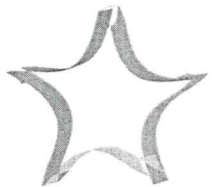


$$\frac{20}{3} + \frac{20}{3} = \frac{40}{3}$$

$$R = \left(\frac{3}{40} + \frac{3}{40} + \frac{1}{10} \right)^{-1} = \left(\frac{10}{40} \right)^{-1} = \frac{40}{10} = 4 \Omega$$

Ответ: 4 Ом

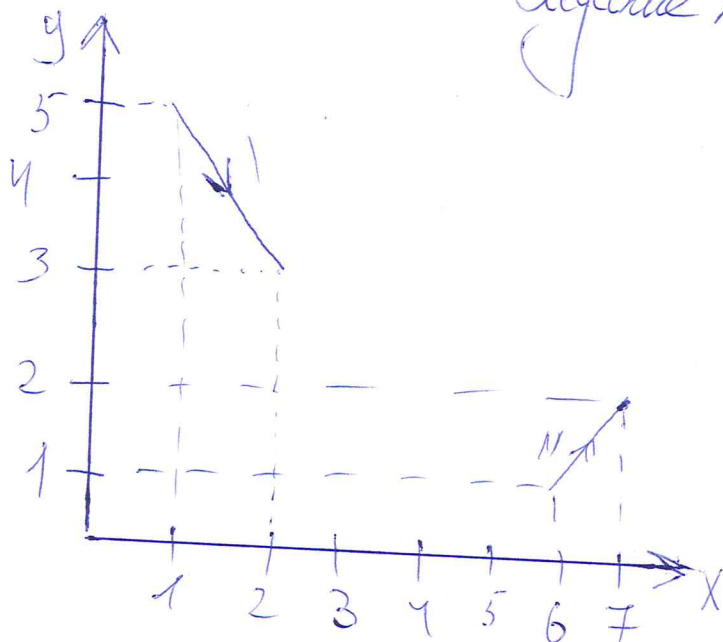
15



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-9-22

Задача 1/8.



Луч падающий на зеркало: $y_1 = 7 - 2x$
Отраженный луч от $y_2 = -5 + x$
Зеркало
 $7 - 2x = -5 + x$ или $y_1 = y_2$

Координаты отражения: $(x)(y)$
 $x = 4$ $y = 1$

$$\frac{y + 2x - 7}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = - \frac{y - x + 5}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \quad \text{отсюда будет к зеркалу } \perp \text{ (перпенд.)}$$

$$y = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} x + \frac{7\sqrt{2} - 5\sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \Rightarrow \text{вынесу общий угол, а тангенс а}$$

$$\frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} \approx -0,16; \quad \alpha \text{ будет равен } \underline{x - 9^\circ}$$

Ответ: -9°