



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 02-11-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 6

$$R_1 = 20 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

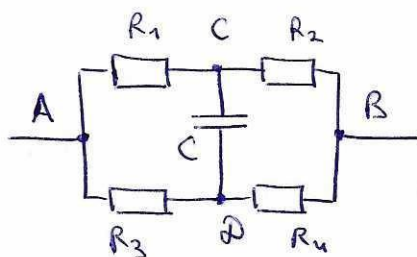
$$R_3 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом}$$

$$C = 500 \text{ мкФ}$$

$$U_0 = 420 \text{ В}$$

$$q = ?$$



$$C = \frac{q}{U} \Rightarrow q = CU, U = U_C - U_D$$

$$(U_A - U_C) - (U_A - U_D) = U_D - U_C$$

$$\quad \quad \quad \parallel \quad \quad \quad \parallel$$

$$\quad \quad \quad U_1 \quad \quad \quad U_3$$

Через достаточно большой промежуток времени конденсатор будет заряжен и ток по нему не потечёт.

$$R_0 = \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{30 \cdot 70}{100} = 21 \text{ Ом}$$

$$U_0 = I_{12}(R_1 + R_2) \Rightarrow I_{12} = \frac{420}{30} = 14 \text{ А}$$

$$U_0 = I_{34}(R_3 + R_4) \Rightarrow I_{34} = \frac{420}{70} = 6 \text{ А}$$

$$U_1 = U_A - U_C = I_{12} \cdot R_1 = 14 \cdot 20 = 280 \text{ В}$$

$$U_3 = U_A - U_D = I_{34} \cdot R_3 = 6 \cdot 40 = 240 \text{ В}$$

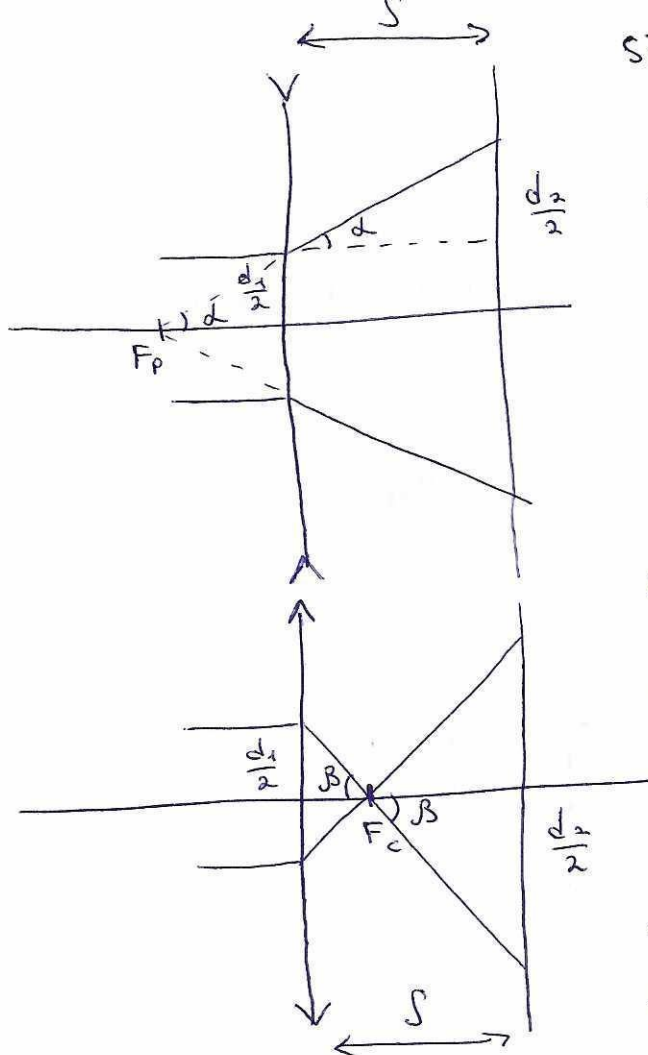
$$U_D - U_C = U_1 - U_3 = 40 \text{ В} \Rightarrow q = CU = 500 \cdot 10^{-6} \cdot 40 =$$

$$= 20000 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} = 20 \cdot 10^{-3} \text{ Кл} = 20 \text{ мКл}$$

Ответ: 20 мКл

№ 8

$D_p = -5 \text{ гмпл}$
 $d_1 = 6 \text{ см}$
 $d_2 = 12 \text{ см}$
 $D_c = ?$



$$\sin \alpha = \frac{d_1}{2F_p} = \frac{\frac{d_2 - d_1}{2}}{S}$$

$$F_p (d_2 - d_1) = d_1 S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = F_p \cdot \frac{d_2 - d_1}{d_1}$$

$$\sin \beta = \frac{d_1}{2F_c} = \frac{d_2}{2(S - F_c)}$$

$$d_2 F_c = d_1 S - d_1 F_c$$

$$F_c (d_1 + d_2) = d_1 S$$

$$F_c = \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot F_p \cdot \frac{d_2 - d_1}{d_1} =$$

$$= F_p \cdot \frac{d_2 - d_1}{d_1 + d_2} = F_p \cdot \frac{6}{18} = \frac{F_p}{3}$$

$$\frac{1}{D_p} = \frac{3}{D_c} \Rightarrow D_c = 3D_p$$

$$= 15 \text{ гмпл.}$$

Ответ: 15 гмпл.

№ 2

С	Х	С
Х	С	Х
С	Х	С
Х	С	Х

$X = 4/5$

Несложно из условия задачи понимаем, что в каждом ряду серый должен чередоваться с белым или черным, тогда для того, чтобы заполнить 1 ряд нам понадобится 7 С и 7 Х.
 В-то раскроем клетку в серый равна $\frac{1}{3}$, а в серый или белый $\frac{2}{3}$

В-то раскроем весь ряд так как показано на рисунке: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3^7} \cdot \frac{2^7}{3^7} = \left(\frac{2}{9}\right)^7$

И так для каждого ряда: $\left(\frac{2}{9}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^7 \cdot \dots =$
 $= \left(\frac{2}{9}\right)^{42}$

Ответ: $\left(\frac{2}{9}\right)^{42}$

~7

$$V_{\max} = 3V_{\min}$$

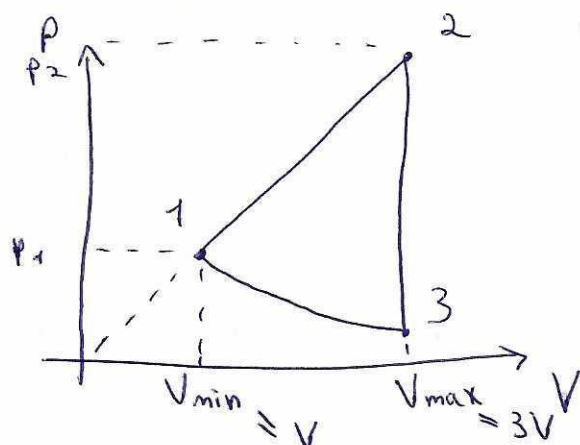
$$A_{12} = 3,64 A_{31}$$

η - ?

Два процесса 1-2 нагревом: $T = kV^2 \Rightarrow pV = \nu RT \Rightarrow$

$$\Rightarrow pV = \nu R \cdot kV^2 \Rightarrow p = k\nu R V - \text{линейная зависимость}$$

Рассмотрим цикл в координатах (p, V)



$$T = kV^2 \Rightarrow 9T_1 = T_2$$

$$p = k\nu R V \Rightarrow p_2 = 3p_1$$

$$1-2) Q = \Delta U + A_{12} \Rightarrow Q > 0$$

$$2-3) Q = \Delta U + A_{23} \Rightarrow Q < 0$$

$$3-1) Q = \Delta U + A_{31} \Rightarrow Q < 0$$

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_{12}} = \frac{A_{12} - |A_{31}|}{Q_{12}}$$

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} \cdot \nu R \cdot pT_1 + \frac{p_1 + p_2}{2} \cdot (3V - V) =$$

$$= 12 \nu R T_1 + 4p_1 V = 12 p_1 V + 4 p_1 V = 16 p_1 V = 4 A_{12}$$

$$= 4 \cdot 3,64 A_{31}$$

$$\eta = \frac{3,64 A_{31} - A_{31}}{4 \cdot 3,64 A_{31}} = \frac{2,64}{4 \cdot 3,64} = \frac{66}{182} = \frac{33}{91}$$

$$\text{Ответ: } \frac{33}{182}$$



N 3

$$f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b, \quad f(x) \geq 0$$

$4a+b = \min f(x)$ - ?



П.к. $f(x) \geq 0 \Rightarrow$ парабола имеет не более одного корня и её ветви направлены вверх ($a > 0$) и она пересекает ось ординат в точке $b > 0 \Rightarrow a$ и b - положительные

$$D = 9a^2 + 3a + 1 - 4ab \leq 0$$

$$4ab \geq 9a^2 + 3a + 1$$

$$\text{Пусть } x = 4a + b \Rightarrow b = x - 4a$$

$$4a(x - 4a) \geq 9a^2 + 3a + 1$$

$$4ax - 16a^2 \geq 9a^2 + 3a + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4ax \geq 25a^2 + 3a + 1 \quad (a > 0)$$

$$x \geq \frac{25a^2 + 3a + 1}{4a}$$

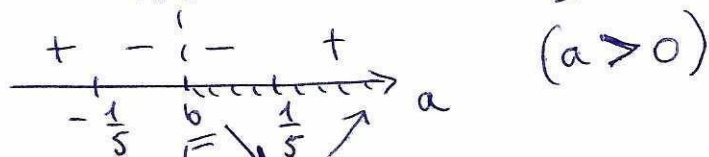
Найдем минимум ф-и $g(a) = \frac{25a^2 + 3a + 1}{4a}$:

$$g'(a) = \frac{(50a+3)4a - 4(25a^2 + 3a + 1)}{16a^2} =$$

$$= \frac{200a^2 + 12a - 100a^2 - 12a - 4}{16a^2} = \frac{100a^2 - 4}{16a^2} =$$

$$= \frac{4(25a^2 - 1)}{16a^2} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{5}$$

$$a = 0$$



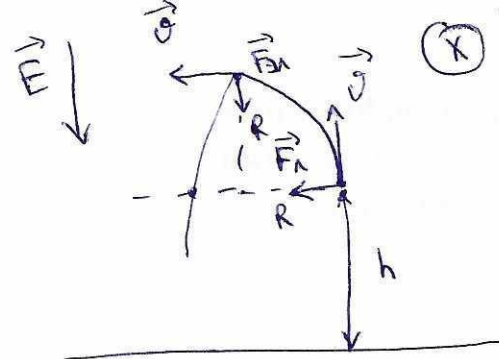
$$g\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{25 \cdot \frac{1}{25} + \frac{3}{5} + 1}{\frac{4}{5}} = \frac{2 + \frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{13}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{13}{4}$$

Ответ: $\frac{13}{4}$

N5

h, q, m, R, B, E

$\Delta t - ?$



$$1) ma = qvB \Rightarrow m \frac{v}{R} = qvB$$

$$m = qRB \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$

$$2) ma = qE$$

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{v}{\Delta t_2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{mv}{qE}$$

$$\frac{2\pi R}{v} = \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{2\pi R}{v}$$

$$R = \frac{a \Delta t_2^2}{2} \Rightarrow \Delta t_2^2 = \frac{2R}{a}$$

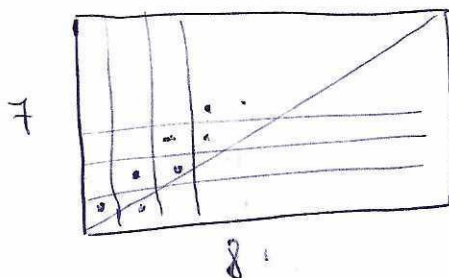
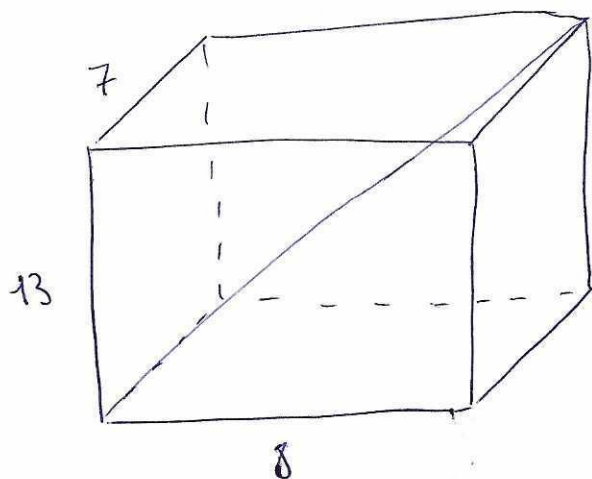
$$= \frac{2Rm}{qE}$$

$$\Delta t_1 = \frac{\pi m v}{qB \cdot 2\pi} = \frac{\pi m}{2qB}$$

$$\Delta t_2^2 = \frac{2 \cdot m^2 v}{qB \cdot qE} = \frac{2m^2 v}{q^2 BE}$$

$$\Delta t_2 = \frac{m}{q} \cdot \sqrt{\frac{2v}{BE}}$$

N4



- 14 пересечений