

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

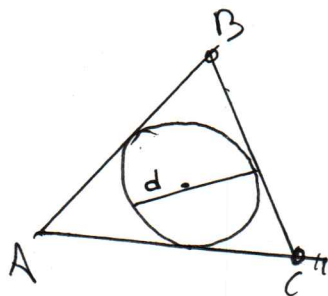
Ю-ЕН-10-132

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	2	12	13	13	10	10	10	15	67

SW

Вариант 1

о: ABC - треугольник
 BC, AC, AB - стороны треугольника
 $6, d$ - диаметры впис. окружности.
 Иск: $P_A = ?$



Иск: $d < AB$ (м.к. d - диаметры впис. окружности, если провести
 $d < AC$
 $d < BC$
 d и сторонами, то это всегда.)

$= 6$ (d - наименьшее число в ряду): тогда стороны треугольника:
 $6, 6+x, 6+2x, 6+3x$.

$$d = p \cdot r = 3(9+3x)$$

$$\frac{d}{2} = \frac{6}{2} = 3$$



$$AB + BC + AC = 6+x+6+2x+6+3x = 18+6x; \quad p = \frac{P_A}{2} = \frac{18+6x}{2} = 9+3x$$

$$\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{(9+3x)(9+3x-6-x)(9+3x-6-2x)(9+3x-6-3x)} =$$

$$\sqrt{3(3+x)(3+x-2)(3+x-4)(3+x-5)} = \sqrt{3(3+x)(1+x)(-1+x)(-2+x)} =$$

$$\sqrt{3(3+x)^2(3+2x)} = 3(3+x)\sqrt{3+2x}$$

$$= S_{\Delta} \Rightarrow 3(3+x)\sqrt{3+2x} = 3(9+3x) \quad | :3$$

$$(3+x)\sqrt{3+2x} = (9+3x)$$

$$(3+x)\sqrt{3+2x} = 3(3+x)$$

$$(3+x)\sqrt{3+2x} - 3(3+x) = 0$$

$$(3+x)(\sqrt{3+2x} - 3) = 0$$

$$3+x = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{3+2x} - 3 = 0 \quad (2)$$

$$(1): x = -3 \quad (x > d \Rightarrow \text{n.k.})$$

$$(2): \sqrt{3+2x} = 3$$

$$3+2x=9$$

$$2x=9-3$$

$$x=3$$

$$P_d = 18 + 6x = 18 + 6 \cdot 3 = 36$$

$$\text{Ans: } 36$$

N3

$$\begin{cases} a + \frac{1}{b} = 1 & (1) \\ b + \frac{1}{c} = 4 & (2) \\ c + \frac{1}{d} = 1 & (3) \\ d + \frac{1}{a} = 4 & (4) \end{cases}$$

$$a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$$

$$(4): d + \frac{1}{a} = 4$$

$$d = 4 - \frac{1}{a}$$

$$(3): c + \frac{1}{d} = 1$$

$$c = 1 - \frac{1}{d}$$

$$c = 1 - 1: \left(4 - \frac{1}{a}\right)$$

$$c = 1 - 1 \cdot \left(\frac{a}{4a-1}\right)$$

$$c = 1 - \frac{a}{4a-1}$$

$$(2): b + \frac{1}{c} = 4$$

$$b = 4 - \frac{1}{c}$$

$$b = 4 - 1: \left(1 - \frac{a}{4a-1}\right)$$

$$b = 4 - 1: \left(\frac{4a-1-a}{4a-1}\right)$$

$$b = 4 - \frac{4a-1}{4a-1}$$

$$(1): a + \frac{1}{b} = 1$$

$$a = 1 - \frac{1}{b}$$

$$a = 1 - 1: \left(4 - \frac{4a-1}{4a-1}\right)$$

$$a = 1 - 1 \cdot \left(\frac{3a-1}{12a-4-4a+1}\right)$$

$$a = 1 - \frac{3a-1}{8a-3} \quad | \cdot (8a-3)$$

nyozgatjuk $\sqrt{3}$:

$$a(8a-3) = (8a-3) - (3a-1)$$

$$8a^2 - 3a = 8a - 3 - 3a + 1$$

$$8a^2 - 3a - 8a + 3a + 3 - 1 = 0$$

$$8a^2 - 8a + 2 = 0 \quad | :2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$D = 16 - 16 = 0$$

$$a_1 = a_2 = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$(4): d = 4 - \frac{1}{a}$$

$$d = 4 - 1: \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$d = 2$$

$$(3): c + \frac{1}{d} = 1$$

$$c = 1 - \frac{1}{d}$$

$$c = 1 - \frac{1}{2}$$

$$c = \frac{1}{2}$$

$$(2): b + \frac{1}{c} = 4$$

$$b = 4 - \frac{1}{c}$$

$$b = 4 - 1: \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

$$b = 2$$

$$\text{Ans: } a = \frac{1}{2}$$

$$b = 2$$

$$c = \frac{1}{2}$$

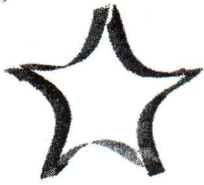
$$d = 2$$

$$\text{OD: } 8a-3 \neq 0$$

$$8a \neq 3$$

$$a \neq \frac{3}{8}$$

4



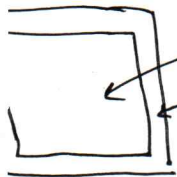
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

10-ЭИ-10-132

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



внутренний
внешний

$$\text{кол-во внутренних} = 25 \cdot 23$$

$$\text{кол-во внешних} = 27 \cdot 2 + 2 \cdot 23 = 100$$

используем так:

$\Rightarrow$ на внешних клетках остается только 1 квадрат,
а на внутренних не более 2 (можно доказать)

$$\text{квадратов} < 2 \cdot 25 \cdot 23 + 100$$

$$< 1150 + 100$$



$$\text{квадратов} < 1250$$

$$\text{клетка} = 2 \cdot 2 = 4, \text{ тогда: } n < \frac{S}{S_1} \quad (n - \text{кол-во квадратов})$$

$$n < \frac{1250}{4}$$

$$n < 312,5 \Rightarrow \text{найд. кол-во квадратов равно } 312$$

$$\text{ответ: } 312$$

но:

0,35 м

0,35 м

0,35 м

0,35 м

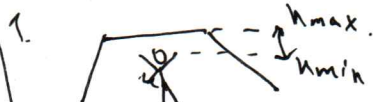
0,35 м

0,35 м

0,35 м

0,35 м

0,35 м



$$\text{найд. минимально: } h_{\min} = h + d = 2,15 \text{ м} + 0,35 \text{ м} = 2,5 \text{ м}$$

$$h_{\max} = h = 3 \text{ м}$$

2. Андрей стоит в начале сценки минимально
координат. $\Rightarrow y_0 = 0$

y

$$oy: y = y_0 + v_y t - \frac{gt^2}{2}$$

$$y = v_y t - \frac{gt^2}{2} \quad (1)$$

$$v_y = v \cdot \sin \alpha \quad (2) \quad v_x = v \cdot \cos \alpha$$



$$t = \frac{S}{v_x} = \frac{S}{v \cdot \cos \alpha} \quad (3)$$

(2), (3) $\rightarrow$ (1)

$$y = v \cdot \sin \alpha \cdot \frac{S}{v \cdot \cos \alpha} - g \frac{\left(\frac{S}{v \cdot \cos \alpha}\right)^2}{2} \quad \checkmark$$

Подставим числовые значения из условия:

$$y = 20 \cdot \sin 2 \cdot \frac{20}{20 \cdot \cos 2} - \frac{10 \left(\frac{20}{20 \cdot \cos 2}\right)^2}{2}$$

$$y = 20 \frac{\sin 2}{\cos 2} - 5 \left(\frac{1}{\cos 2}\right)^2$$

$$\operatorname{tg} 2 = \frac{\sin 2}{\cos 2}$$

$$\frac{1}{\cos^2 2} = 1 + \operatorname{tg}^2 2$$

$$y = 20 \operatorname{tg} 2 - 5 (\operatorname{tg}^2 2 + 1)$$

$$y = 20 \operatorname{tg} 2 - 5 \operatorname{tg}^2 2 - 5$$

Составим неравенство относительно α max и α min:

$$\begin{cases} 20 \operatorname{tg} 2 - 5 \operatorname{tg}^2 2 - 5 > 2,5 & (1) \quad \checkmark \\ 20 \operatorname{tg} 2 - 5 \operatorname{tg}^2 2 - 5 < 3 & (2) \quad \checkmark \end{cases}$$

$$(1): 20 \operatorname{tg} 2 - 5 \operatorname{tg}^2 2 - 5 - 2,5 > 0$$

$$\operatorname{tg} 2 = z$$

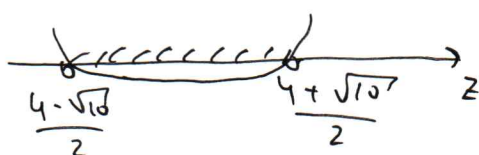
$$20z - 5z^2 - 7,5 > 0 \quad | \cdot (-2)$$

$$10z^2 - 40z + 15 < 0$$

$$D = 1600 - 600 = 1000$$

$$z_1 = \frac{40 - 10\sqrt{10}}{20} = \frac{4 - \sqrt{10}}{2}$$

$$z_2 = \frac{40 + 10\sqrt{10}}{20} = \frac{4 + \sqrt{10}}{2}$$



$$(2): 20 \operatorname{tg} 2 - 5 \operatorname{tg}^2 2 - 5 - 3 < 0$$

$$\operatorname{tg} 2 = z$$

$$-5z^2 + 20z - 8 < 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$5z^2 - 20z + 8 > 0$$

$$D = 400 - 160 = 240$$

$$z_1 = \frac{20 - 4\sqrt{15}}{10} = \frac{10 - 2\sqrt{15}}{5}$$

$$z_2 = \frac{20 + 4\sqrt{15}}{10} = \frac{10 + 2\sqrt{15}}{5}$$

выраженные переменно:



откуда:



$$z \in \left(\frac{4 - \sqrt{10}}{2}; \frac{10 - 2\sqrt{15}}{5}\right) \cup \left(\frac{10 + 2\sqrt{15}}{5}; \frac{4 + \sqrt{10}}{2}\right)$$

отб. значения:

$$\operatorname{tg} 2 \in \left(\frac{4 - \sqrt{10}}{2}; \frac{10 - 2\sqrt{15}}{5}\right) \cup \left(\frac{10 + 2\sqrt{15}}{5}; \frac{4 + \sqrt{10}}{2}\right); \text{ Тогда } 2:$$

$$2 \in \left(\arctg \frac{4 - \sqrt{10}}{2}; \arctg \frac{10 - 2\sqrt{15}}{5}\right) \cup \left(\arctg \frac{10 + 2\sqrt{15}}{5}; \arctg \frac{4 + \sqrt{10}}{2}\right)$$

$$\text{Ответ: } 2 \in \left(\arctg \frac{4 - \sqrt{10}}{2}; \arctg \frac{10 - 2\sqrt{15}}{5}\right) \cup \left(\arctg \frac{10 + 2\sqrt{15}}{5}; \arctg \frac{4 + \sqrt{10}}{2}\right)$$



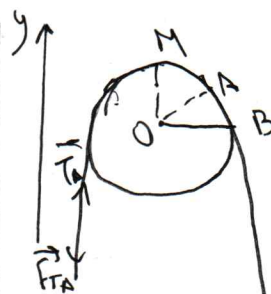
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 10-ЕИ-10-132

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

а:
к
1,5 м
1 B = 45°
m = 0,08 м
=?



точка М - середина кабеля.

$$L_{gOM} = L_{номм} = \frac{l}{2} = 1,5 \text{ м} \quad \checkmark$$

$$L_{MA} = L_{арх} = \frac{2\sqrt{1}R}{8} = \frac{\sqrt{1}R}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,08}{4} \text{ м} = 2$$

$$= \frac{314 \cdot 8}{10000} \cdot 4 \text{ м} = \frac{314 \cdot 8^2}{10000} \cdot \frac{1}{4} \text{ м} = \frac{628}{10000} \text{ м} = 0,0628 \text{ м}$$

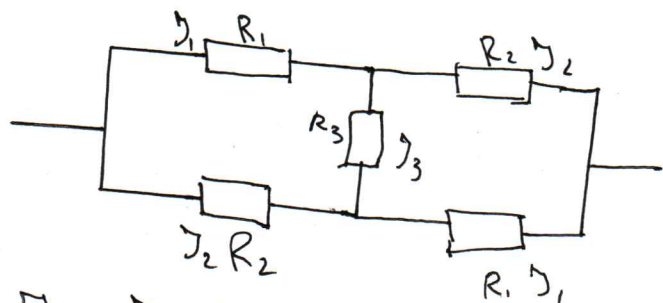
$$(L_{MA} = \frac{L_{арх}}{8}, \text{ м.к. } \angle AOB = 45^\circ \Rightarrow MA = AB - \frac{L_{арх}}{8})$$

$$L_{goA} = L_{goM} + L_{MA} = 0,75 \text{ м} + 0,0628 \text{ м} = 0,8128 \text{ м} \approx 0,8 \text{ м}$$

II закон Ньютона: $m' = m \cdot \frac{L_{goA}}{l} = 2 \text{ кг} \cdot \frac{0,8 \text{ м}}{1,5 \text{ м}} \approx 1,067 \text{ кг}$

$A = m'g \Rightarrow T_A = F_{TA} = 0 \Rightarrow T_A = F_{TA}$
 $T_A = m'g = 1,067 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 10,67 \text{ Н}$

а:
1,5 Ом = R₁
2 Ом = R₂
R_{общ} = R₃
=?
2к омы.
выпн. омы.
выпн. омы.



I_1 и I_2 рассчитываются так,
м.к. схема симметрична
 $R = \frac{U}{I}, U = RI$

$$I_3 = I_1 - I_2 \quad (1)$$

$$U_1 + U_3 = U_2$$

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2)$$

$$I_1 R_1 + R_2(I_1 - I_2) - I_2 R_2 = 0$$

$$I_1 R_1 + I_1 R_3 - I_2 R_3 - I_2 R_2 = 0$$

$$I_1(R_1 + R_3) - I_2(R_3 + R_2) \Rightarrow I_1(R_1 + R_3) = I_2(R_3 + R_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{J_1}{J_2} = \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_3} \quad (3)$$

$$J = J_1 + J_2 \Rightarrow J_1 = J - J_2 \quad (4)$$

$$J_2 = J - J_1 \quad (5)$$

I. (4) $\rightarrow$ (3)

$$\frac{J - J_2}{J_2} = \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_3}$$

$$J_2(R_3 + R_2) = (J - J_2)(R_1 + R_3)$$

$$J_2 R_3 + J_2 R_2 = J(R_1 + R_3) - J_2(R_1 + R_3)$$

$$\underline{J_2 R_3} + \underline{J_2 R_2} - \underline{J R_1} - \underline{J R_3} + \underline{J_2 R_1} + \underline{J_2 R_3} = 0$$

$$J_2(R_3 + R_2 + R_1 + R_3) - J(R_1 + R_3) = 0$$

$$J_2(R_1 + R_2 + 2R_3) = J(R_1 + R_3)$$

$$J_2 = \frac{J(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + 2R_3} \quad (6)$$

III. $u_1 + u_2 = u$, $u_1 = J_1 R_1$, $u_2 = J_2 R_2$
 $J_1 R_1 + J_2 R_2 = u \quad (8)$

(6), (7) $\rightarrow$ (8)

$$\frac{J(R_3 + R_2) \cdot R_1}{R_1 + R_2 + 2R_3} + \frac{J(R_1 + R_3) \cdot R_2}{R_1 + R_2 + 2R_3} = u$$

$$J \left(\frac{R_1(R_3 + R_2) + R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + 2R_3} \right) = u$$

$$\frac{R_1(R_3 + R_2) + R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + 2R_3} = \frac{u}{J}, \quad R_{\text{eff}} = R_x = \frac{u}{J}$$

§ nochmaligen zweimal um genau u R_x :

$$\frac{4,5(R_x + 2) + 2(4,5 + R_x)}{4,5 + 2 + 2R_x} = R_x$$

$$\frac{4,5R_x + 9 + 9 + 2R_x}{6,5 + 2R_x} = R_x$$

$$\frac{6,5R_x + 18}{6,5 + 2R_x} = R_x$$

II. (5) $\rightarrow$ (3)

$$\frac{J_1}{J - J_1} = \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_3}$$

$$J_1(R_1 + R_3) = (J - J_1)(R_3 + R_2)$$

$$J_1 R_1 + J_1 R_3 = J(R_3 + R_2) - J_1(R_3 + R_2)$$

$$\underline{J_1 R_1} + \underline{J_1 R_3} - \underline{J R_3} - \underline{J R_2} + \underline{J_1 R_3} +$$

$$J_1(R_1 + R_3 + R_3 + R_2) - J(R_3 + R_2)$$

$$J_1(R_1 + R_2 + 2R_3) = J(R_3 + R_2)$$

$$J_1 = \frac{J(R_3 + R_2)}{R_1 + R_2 + 2R_3} \quad (7)$$

IV.

$$R_x(6,5 + 2R_x) = 6,5R_x +$$

$$6,5R_x + 2R_x^2 = 6,5R_x +$$

$$2R_x^2 = 18$$

$$R_x^2 = 9$$

$$R_x = 3 \text{ Ohm}$$

Ans: 3 Ohm.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

Р-21-10-132

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

11

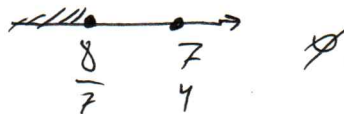
$$\sqrt{8-7x} - 2|4x-7| \leq 9x - 2|4\sqrt{8-7x} - 7|$$

$$\text{ДЗ: } 8-7x \geq 0$$

$$x \leq \frac{8}{7}$$

----- $\frac{8}{7}$ ----- $\rightarrow$ из этого следует, что $|4x-7|$ отбрасывается
с минусом.

и отбрасывать с плюсом: $4x-7=0$
 $4x=7$
 $x=\frac{7}{4}$



$$\sqrt{8-7x} - 2(7-4x) \leq 9x - 2|4\sqrt{8-7x} - 7|$$

$$\sqrt{8-7x} - 14 + 8x \leq 9x - 2|4\sqrt{8-7x} - 7|$$

$$\text{пусть } \sqrt{8-7x} = t, \quad t \geq 0$$

$$\text{тогда } x = -\frac{t^2+8}{7}$$

Подставим:

$$-14 + 8\left(-\frac{t^2+8}{7}\right) \leq 9\left(-\frac{t^2+8}{7}\right) - 2|4t-7|$$

умножим на 7:

$$7 \geq 0$$

$$14 - \frac{8(t^2+8)}{7} = \frac{-9(t^2+8)}{7} - 8t + 14$$

$$14 - \frac{8t^2-64}{7} + \frac{9(t^2+8)}{7} + 8t - 14 \geq 0$$

$$-28 - \frac{8t^2-64}{7} + \frac{9t^2-72}{7} \leq 0 \quad | \cdot 7$$

$$t - 196 - 8t^2 + 64 + 9t^2 - 72 = 0$$

$$4t-7 < 0$$

$$9t - 14 - \frac{8(t^2+8)}{7} \leq \frac{-9(t^2+8)}{7} - 2(7-4t)$$

$$9t - 14 - \frac{8t^2-64}{7} \leq \frac{-9(t^2+8)}{7} - 14 + 8t$$

$$9t - 14 - \frac{8t^2-64}{7} + \frac{9(t^2+8)}{7} + 14 - 8t = 0$$

$$t - \frac{8t^2-64}{7} + \frac{9t^2-72}{7} = 0 \quad | \cdot 7$$

+

$$t^2 + 119t - 204 \leq 0$$

$$D = 14161 + 816 = 14977$$

$$t_1 = \frac{-119 - \sqrt{14977}}{2} \quad \text{— n.l.c. ne moxet.}$$

no yet, $4t - 7 \geq 0$

$$t_2 = \frac{-119 + \sqrt{14977}}{2} \quad \text{— n.l.c. ne moxet.}$$

no yet.

$$\left(\sqrt{14977} \geq 119^2 \right)$$

$$\sqrt{14977} < 123$$

1) Oby. zamena:

$$t_1 = -8$$

$$\sqrt{8-7x} = -8$$

ne moxet. no yet $t \geq 0$.

2)

$$t_2 = 1$$

$$\sqrt{8-7x} = 1$$

$$8-7x = 1$$

$$-7x = -7$$

$$x = 1$$

Ans: 1

$$7t - 8t^2 + 64 + 9t^2 - 72 = 0$$

$$t^2 + 7t - 8 = 0$$

$$D = 49 + 32 = 81$$

$$t_1 = \frac{-7-9}{2} = -8$$

$$t_2 = \frac{-7+9}{2} = 1$$