

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-80

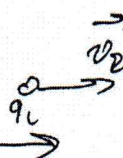
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	—	9	8	8	11	10	8	15	69

Вариант 1

$$\begin{array}{l} L, q_1, q_2, \\ m_1, m_2 \\ v_1, v_2 = ? \end{array}$$

1) $\begin{array}{ccc} q_1 & L & q_2 \\ 0 & \text{---} & 0 \\ v=0 \end{array}$

2) $\begin{array}{ccc} \vec{v}_1 & & \vec{v}_2 \\ \leftarrow q_1 & & q_2 \rightarrow \end{array}$



П.к. прошло много времени
то расстояние L груз от груза
стало велико $\Rightarrow$ энергии из
взаимодейств. = 0

1) ЗСЗ: $E_1 = E_2$

$$E_1 = \frac{kq_1q_2}{L} = \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}$$

ЗСМ: $m_1v_1 - m_2v_2 = 0 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2v_2}{m_1} \Rightarrow \frac{kq_1q_2}{L} = \frac{m_1m_2^2v_2^2}{2m_1^2}$

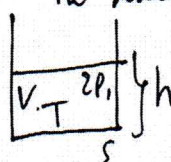
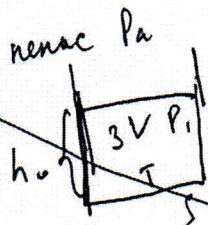
$$+ \frac{m_2v_2^2}{2} \Rightarrow 2kq_1q_2 = \frac{Lm_2^2v_2^2}{m_1} = v_2^2 L \left(\frac{m_2^2}{m_1} + m_2 \right)$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{m_2L(\frac{m_2}{m_1} + 1)}}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{m_2}{m_1} \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{m_2L(\frac{m_2}{m_1} + 1)}} = \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{m_1L(\frac{m_1}{m_2} + 1)}}$$

Ответ: $v_1 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{m_1L(\frac{m_1}{m_2} + 1)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{m_2L(\frac{m_2}{m_1} + 1)}}$

$T = 100^\circ\text{C}$
 $m = 0$
 $h_0 = 0,3 \text{ м}$
 $h = 0,1$
 $P_2 = 2P_1$
 $m_1 = ?$
 $S = 10^{-2} \cdot 10^{-4} = 10^{-6}$



1) $2P_1 = P_2$

2) Допустим, нар в конце налицетной



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-80

№ 7

$$T = 100^\circ \text{C}$$

$$h_1 = 0,3 \text{ м}$$

$$h_2 = 0,1 \text{ м}$$

$$2P_1 = P_2$$

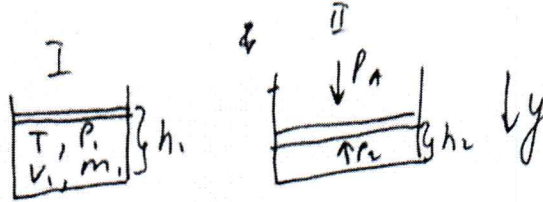
$$S = 0,01 \text{ м}^2$$

$$\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$P_a = 10^5 \frac{\text{Па}}{\text{мм.к}}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$m = ?$



$$\text{оу: } F_A - F_{\text{арх}} = 0 \text{ (по 2 3. К.)}$$

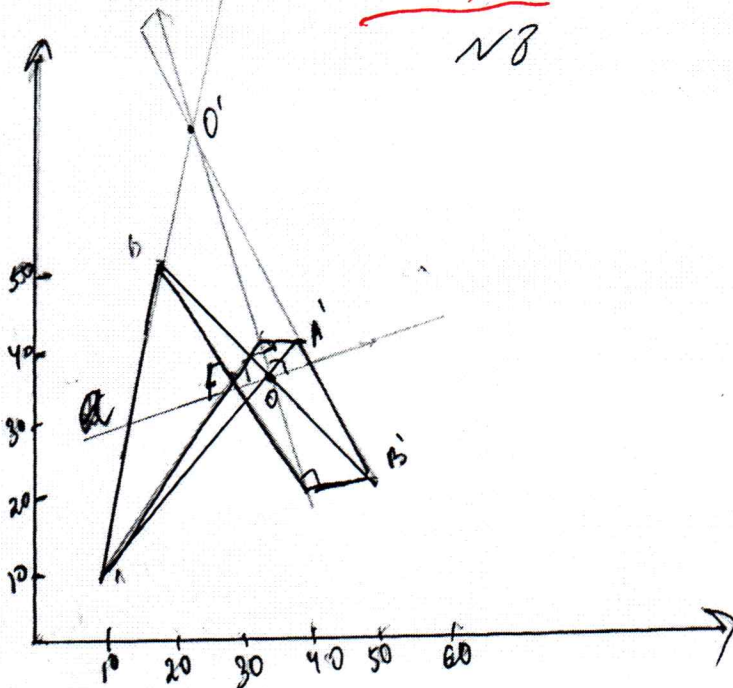
$$P_a S = P_2 S$$

$$P_2 = P_a \Rightarrow P_1 = \frac{P_a}{2}$$

$$P_1 V_1 = \nu R T, \nu = \frac{m}{\mu}, V_1 = h_1 S \text{ (по 1. К.)}$$

$$\frac{P_a h_1 S \mu}{2 R T} = m \Rightarrow m = \frac{10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} = 0,87_p$$

ответ: $0,87 \cdot 10^{-4}$ ()



O - центр линзы
O₁, O₂ - плоск. линзы
прямая a - главн. ось
F - фокус

- 1) Найдем центр линзы, соединим BB', AA'
- 2) Проведем AB и A'B', найдем их пересечение O. OO₁ - плоск. линзы
- 3) проведем главн. ось (a). от перп. плоск. линзы
- 4) Проведем перп-ки из A' и B' к a. К этим пер-ам проведем прямые из A и B
- 5) Точка пересечения - фокус. отсюда пер. из F на ось

ответ: (30°, 30°)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-80

$$\begin{cases} \frac{\log_y x + 1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_z y + 1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_x z + 1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x}{\log_3 y \cdot \log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \log_3 x \neq y \\ \frac{\log_3 z + \log_3 y}{\log_3 z + \log_3 y} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_3 z}{\log_3 z + \log_3 z} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

OKO3

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Выразим $\frac{1}{\log_3 y}$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{6} - \frac{1}{\log_3 z}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_3 x} - \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{6} \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \log_3 z = 3 \Rightarrow z = 27$$

$$\frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6}$$

$$\log_3 y = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \Rightarrow \log_3 y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 9$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$$

Ответ: $x = 3, y = 9, z = 27$

$$4^x + \sin^4 y + \ln^4 z = 16$$

$$D-уб: 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^2 z \leq 28$$

Допустим пусть $a = 2^x, b = \sin^2 y, c = \ln^2 z \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 16$

$$2a + 3b - 6c \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} \text{ (по нер-у Коши)} \Rightarrow$$

$$= 7a + 3b - 6c \leq 7\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \Rightarrow 7\sqrt{16} \geq 2a + 3b - 6c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 28 \geq 2a + 3b - 6c \Rightarrow 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^2 z \leq 28 \quad \text{ЧТД}$$



~5

$a \neq \text{const} \Rightarrow$ скорость была сопр. возр.

$$\int_0^{t_0} a(t) dt = \boxed{v(t_0)} - v(0) = -v(0) \quad -4$$

Скорость, так же - площадь под графиком, поэтому
 $v = \frac{20+10}{2} \cdot 2 = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: $30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

~4

$$a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_3 + a_4) \cdot \sin x$$

$$10^n = \underbrace{999 \dots 9}_{n-1} + 10^n, \quad 10^n = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{(11 \dots 1)}_{n-1} + 10^n, \quad \text{при генерации 11...1 на}$$

4 дает остаток 3 $\Rightarrow$ точка будет находиться в 3-м квадранте.

$$\Rightarrow \cos(10^n) = -\sin 10^\circ \Rightarrow a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_3 + a_4) \cdot \sin x =$$

$$= \cos 10^\circ \cdot \cos x + (\sin 10^\circ - \sin 10^\circ - \sin 10^\circ) = \cos 10^\circ \cdot \cos x - \sin 10^\circ \cdot \cos x =$$

$$= \cos(10^\circ + x) \quad +$$

П.ч. $-1 \leq \cos(10^\circ + x) \leq 1$, но мин. знач. вып. $= -1$

Ответ: -1

$$\begin{cases} \frac{\log_3 x \cdot \log_4 y}{2 \log_4 (xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \cdot \log_5 z}{2 \log_5 (yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{\log_3 z \cdot \log_4 x}{3 \log_4 (zx)} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_4 (xy)}{\log_3 (x) \log_4 (y)} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5 (zy)}{\log_3 (y) \log_5 (z)} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_4 (zx)}{\log_3 (z) \log_4 (x)} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_4 xy}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5 zy}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_4 xz}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{cases}$$