

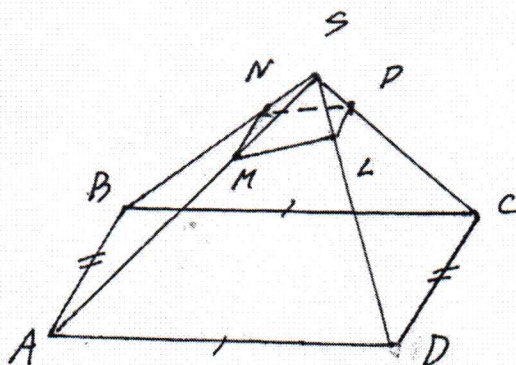


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	1	—	6	13	15	10	0	15	60

Вариант 2



Построение (MNP): для этого соединим
NP, NM, проведем ML $\parallel$ ND.

т.к. $\frac{SM}{MA} > \frac{SP}{PC}$ и $\frac{SM}{MA} < \frac{SN}{NB} < \frac{SP}{PC}$ то

соотношение $\frac{SL}{LD}$ будет таким же
как $\frac{SN}{NB}$
нет грех-ва!

Ответ: $\frac{1}{3}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№3

из условия следует что

$$4^x \leq 25 \quad \text{значит} \quad 2^x \leq 5.$$

$$\text{Таким образом } 4^{x^2} \leq 25 \quad 4^{x^2} \leq 5 \quad 8 \ln 2^3 \leq 30$$

$$0 \leq \sin^2 y \leq 1 \quad \text{по св-ву синуса}$$

$$4 \sin^2 y \leq 4$$

$$\text{Получается что } 2^x \leq 5 \quad 8 \ln 2^3 \leq 30 \quad 4 \sin^2 y \leq 4$$

$$\text{Значит } 2^x + 8 \ln^3 x - 4 \sin^2 y \leq 45 \quad \text{Доказано}$$

№4

Для начала рассмотрим как можно представить 10°

$$10^\circ = 2 \cdot 360 + 280$$

$$10^\circ = 10^\circ \cdot 10 = 20 \cdot 360 + 2800 = 20 \cdot 360 + 7 \cdot 360 + 280$$

Получается что 10° можно представить как $\alpha \cdot 360 + 280$
т.е. остаток от деления на 360 будет 280.

Значение косинуса не изменится если по аргументу заменить на остаток от деления аргумента на 360 (если подхитит произведется в квадрат)

Тогда:

$$\alpha_{2023} = \alpha_{2024} = \cos 280^\circ = \cos 80^\circ$$

$$\alpha_1 \cdot \cos x + (\alpha_2 + \alpha_{2023} + \alpha_{2024}) \sin x = \cos 10^\circ \cos x + (\cos 100^\circ + 2 \cos 80^\circ) \sin x$$

$$\cos 100^\circ + \cos 80^\circ = 0 \quad \cos 10^\circ = \sin 80^\circ$$

Тогда это выражение будет:

$$\sin 80^\circ \cos x + \cos 80^\circ \sin x = \sin(80^\circ + x), \quad x \in \mathbb{R}$$

Макс. значение синуса это 1

Ответ: 1

№5

Заметим, что до $t_1 = 2\text{с}$ тело летит вверх а потом начинает падать (движение пришло к поступательному, тело-материальная точка)

$$a = \frac{dv}{dt} \text{ по опр.}$$

$$v(2\text{с}) = 0 \text{ м/с}$$

Тогда конечная скорость:

$$v = \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$$

Пусть зависимость $a(t)$ имеет вид $a(t) = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \lambda \sqrt{t-2\text{с}}$
где λ - какое-то число.

Ускорение уменьшается из-за сил сопр.

$$a(t_2) = 0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad 0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \lambda \sqrt{t_2 - 2\text{с}}$$

$$t_2 = \frac{100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}}{\lambda^2} + 2\text{с}$$

$$v = \int_{2\text{с}}^{\frac{100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}}{\lambda^2} + 2\text{с}} (10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \lambda \sqrt{t-2\text{с}}) dt = \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} t - \frac{2}{3} \lambda t \sqrt{t-2\text{с}} \right) \Big|_{2\text{с}}^{\frac{100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^4}}{\lambda^2} + 2\text{с}} =$$

$$= \frac{1000 \frac{\text{м}^3}{\text{с}^6}}{3 \lambda^2}$$

Из графика: $a(4\text{с}) = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \lambda \sqrt{4\text{с} - 2\text{с}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$$\lambda = \frac{25}{2} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^5}$$

$$v = \frac{1000 \frac{\text{м}^3}{\text{с}^6}}{3 \cdot \frac{25}{2} \frac{\text{м}^2}{\text{с}^5}} = \frac{80 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3} = 26,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Стоит отметить что $a(t)$ изменяется не совсем по указанному выше закону так, что $v = 26,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ лишь примерный результат

Ответ: $v = 26,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

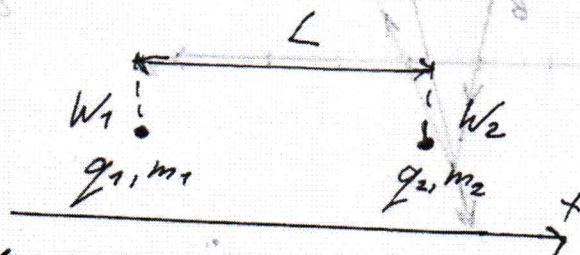


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-11-12

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



№ 6
Дано:

q_1
 q_2
 m_1
 m_2
 L
 k

v_1 - ?
 v_2 - ?

Шарики - мат. точки, движение поступательное, силой тяжести пренебрежим, диэлектрическая проницаемость среды $\epsilon = 1$

$$W_1 = k \frac{q_1 q_2}{L}$$

$$W_2 = k \frac{q_1 q_2}{L}$$

энергия электростат. поля

Пусть достаточно большой промежуток времени после того как заряды перестают действовать друг на друга, у них остается лишь кинетическая энергия.

П.к. СВТ замкнутая работает ЗСИ и ЗСЭ:

$$\vec{0} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$$

$$W_1 + W_2 = E_{k1} + E_{k2}$$

Возьмем МО связанную с Землей

$$x: m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$$

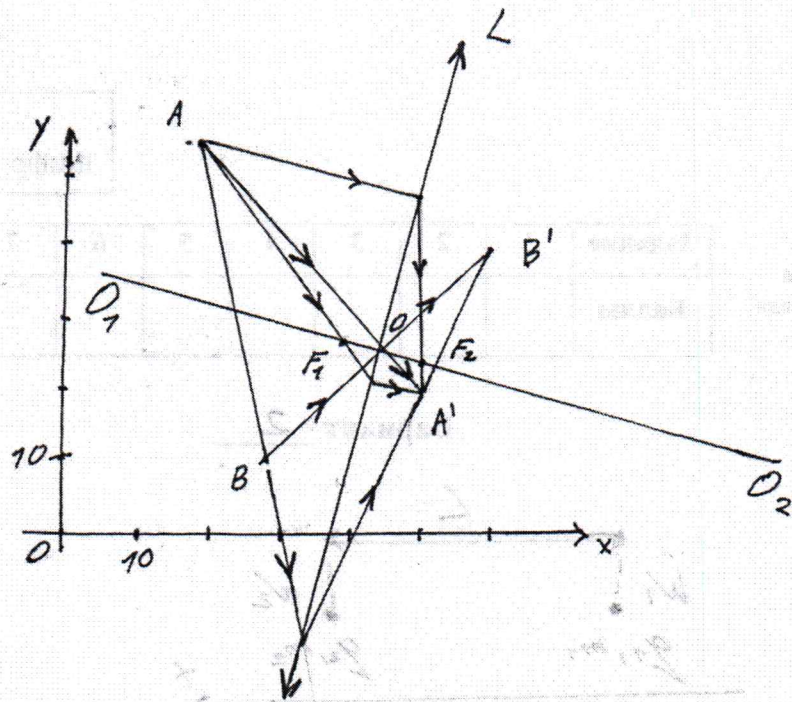
$$E_{k2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$2k \frac{q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{4k q_1 q_2}{L} \cdot \frac{m_2}{m_1^2 + m_1 m_2}} \quad v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$$

Ответ: $v_1 = \sqrt{\frac{4k q_1 q_2}{L} \cdot \frac{m_2}{m_1^2 + m_1 m_2}}$
 $v_2 = \sqrt{\frac{4k q_1 q_2}{L} \cdot \frac{m_1}{m_2^2 + m_1 m_2}}$

№8



Отметим что есть такие лучи которые не преломляются (т.е. проходят через ~~опт. центр~~ опти. центр линзы O).

Построим AA' и BB' . На их пересечении найдем опти. центр линзы.

Луч проходящий через A и B после преломления должен пройти через A' и B' . Построим продолжения AB и $A'B'$ на их пересечении точка преломляющаяся линза.

Строим линзу L по 2-м известным точкам.

Строим $GOO \perp$ линзе (прямая O_1O_2)

Луч идущий $\perp$ линзе пройдет через её фокус таким образом строим еще двух лучей из A в A' . На месте их пересечения с GOO будут фокусы F_1 и F_2 .

Координаты не особо точные из-за того, что приходится переписывать рисунок.

Ответ: $O(41; 25)$ $F_1(35; 26)$ $F_2(47; 24)$