шифр 6112-11-32

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	–	11	6	5	12	10	10	15	69

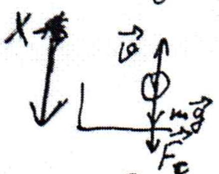
Вариант 2

Задача №5.

Дано:
$g = 10$ м/с²
$\vartheta_{уст}$?

Решение:

1) Из графика видно, что на тело действует постоянная сила сопротивления воздуха $\vec{F_c} = -k\vec{\vartheta}$, т.к. тело движется равноускоренно.



2) Запишем 2 з-н Ньютона для тела:

OX: $F_c + mg = ma$

$-\vec{\vartheta}k + mg = ma$

$\vartheta k + mg = ma$

3) $a = g$, когда тело остановилось $\Rightarrow t_{под} = 2$ с. Из кинематики: площадь под графиком $a(t)$ – скорость

$S = \frac{a_1 + a_2}{2} t_{под}$, где из графика $a_1 = 20$ м/с², $a_2 = 10$ м/с²

$S = \vartheta_0$

$\vartheta_0 = \frac{a_1 + a_2}{2} t_{под} = \frac{20+10}{2} \cdot 2 = 30$ м/с

4) Т.к. ускорения нет: $\Rightarrow F_c = mg \Rightarrow \vartheta_{уст} k = mg$

5) $k\vartheta_0 = m(a_0 - g)$

$a_0 = 20$ м/с²

$\frac{k\vartheta_{уст}}{k\vartheta_0} = \frac{mg}{ma_0 - mg} \Rightarrow$

$\vartheta_{уст} = \frac{\vartheta_0 g}{a_0 - g} = \frac{30 \cdot 10}{20 - 10}$

Ответ: $\vartheta_{уст} = 30$ м/с

Задача №6.

Дано:
q_1, q_2, m_1, m_2, L
$\vartheta_1 - ?$ $\vartheta_2 - ?$

Решение:

1) В начальный момент шары обладают потенциальной энергией $W_п = \frac{kq_1q_2}{L}$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 61/2-11-32

2) Т.к. через продолжительный промежуток времени шары отдалятся на большое расстояние, то потенциальной энергией их взаимодействия можно пренебречь. Тогда они будут обладать кин. энергией $W_{k0} = W_{k1} + W_{k2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$

3) По з-ну сохранения энергии: $W_п = W_{k0}$ =>

=> $\frac{kq_1q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$

4) По з-ну сохранения импульса: $0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$

$m_1 v_1 = m_2 v_2$ => $v_2 = \frac{m_1}{m_2} v_1$, подставим в ЗСЭ:

$\frac{kq_1q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_1^2}{2m_2} v_1^2$ => $m_1 v_1^2 \left(\frac{m_2+m_1}{m_2}\right) = \frac{2kq_1q_2}{L}$ =>

=> $v_1 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2}{Lm_1\left(\frac{m_2+m_1}{m_2}\right)}} = \sqrt{\frac{2kq_1q_2m_2}{m_1L(m_1+m_2)}}$

5) Аналогично для тела 1 $v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$, подставим в ЗСЭ:

$\frac{kq_1q_2}{L} = \frac{m_2^2}{2m_1} v_2^2 + \frac{m_2 v_2^2}{2}$ => $m_2 v_2^2 = \frac{2kq_1q_2m_1}{L(m_2+m_1)}$ =>

=> $v_2 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2m_1}{m_2L(m_2+m_1)}}$

Ответ: $v_1 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2m_2}{m_1L(m_1+m_2)}}$; $v_2 = \sqrt{\frac{2kq_1q_2m_1}{m_2L(m_1+m_2)}}$

Задача №7.

Дано:

$T = 100°C = 373\ K$

$h_0 = 0,6$ м

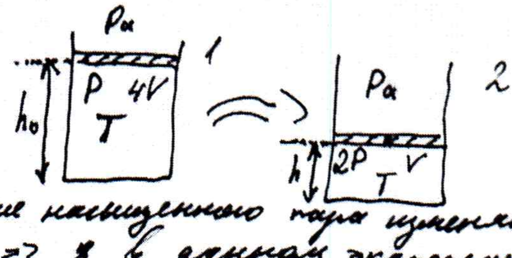
$h = 0,15$ м

$P \uparrow 2$

$S = 600 \cdot 10^{-4}$ м^2

$m_п$ - ?

Решение:



1) Т.к. давление насыщенного пара изменяется при изменении T => в данном эксперименте $T = const$

2) В случае 2 поршень находится в равновесии => $P_a S = 2PS$ => $2P = P_a$ => $P = \frac{P_a}{2}$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 61|2-11-72

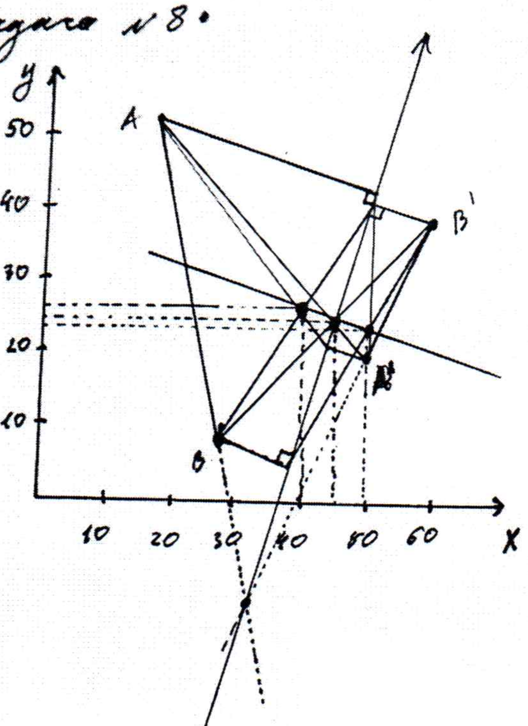
3) Запишем ур-ие Менделеева – Клапейрона для случая 1:

$4P_* V_* = \frac{m_H}{M}RT$, где $4V = h_0 S$ $\Rightarrow$ $Ph_0 S = \frac{m_H}{M}RT$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow m_H = \frac{Ph_0 S M}{RT} = \frac{P_a h_0 S M}{2RT} = \frac{10^5 \cdot 0{,}6 \cdot \cancel{500} \cdot \cancel{10^{-4}} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8{,}31 \cdot 373} \approx 8{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг

Ответ: $m_H = 8{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг

Задача №8.



1) Соединив A и A', B и B' найдём Оптический центр.

Его координаты (45; 25)

2) продлим до пересечения прямые AB и A'B' и соединим точку их пересечения с оптич. центром. Это и будет линза.

3) Линза – собирающая, т.к. изображение перевёрнутое.

4) Проведём ГОО и построим изображение. лучи пересекутся в фокусе. Таким образом уходим для AB и для A'B' $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ Координаты левого фокуса (40; 26), правого (50; 24)

Ответ: Координаты оптич. центра (45; 25); левый фокус (40; 26); правый фокус (50; 24)

Задача №3.

Обозначим: $a = 2^x$; $b = \sin^2 y$ $c = \ln^3 z$, тогда $a^2+b^2+c^2 = 25$; запишем:

$a - 4b + 8c \le \sqrt{1^2+4^2+8^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ $\qquad a - 4b + 8c \le 45$

F

Откуда 9??

$a - 4b + 8c \le 9\sqrt{25}$

$a - 4b + 8c \le 45$ ч.т.д.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 61|2-11-72

Задача №2.

$$\begin{cases} \dfrac{\log_{25} x \cdot \log_3 y}{\log_{27}(xy)} = 1 \\ \dfrac{\log_5 y \cdot \log_{49} z}{\log_7 (yz)} = \dfrac{3}{5} \\ \dfrac{\log_{125} z \cdot \log_3 x}{\log_{81}(zx)} = 1 \end{cases}$$

ОДЗ

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_{25} x \cdot \log_3 y = \log_{27} x + \log_{27} y \\ 5 \log_5 y \, \log_{49} z = 3 \log_7 y + 3 \log_7 z \\ \log_{125} z \cdot \log_3 x = \log_{81} z + \log_{81} x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2\log_x 5} \cdot \dfrac{1}{\log_y 3} = \dfrac{1}{3\log_x 3} + \dfrac{1}{\log_y 3} \quad \Big| \cdot \log_y 3 \\ \dfrac{5}{2\log_y 5 \, \log_z 7} = \dfrac{3}{\cancel{3}\log_y 7} + \dfrac{3}{\cancel{3}\log_z 7} \quad \Big| \cdot \log_z 7 \\ \dfrac{1}{3\log_z 5 \cdot \log_x 3} = \dfrac{1}{4\log_z 3} + \dfrac{1}{4\log_x 3} \quad \Big| \cdot \log_x 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2\log_x 5} = \dfrac{\log_y 3}{3\log_x 3} + \dfrac{1}{3} \quad \Big| \cdot 3 \\ \dfrac{5}{2\log_y 5} = \dfrac{3\log_z 7}{\log_y 7} + 3 \quad \Big| : 3 \\ \dfrac{1}{3\log_z 5} = \dfrac{\log_x 3}{4\log_z 3} + \dfrac{1}{4} \quad \Big| \cdot 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3}{2\log_x 5} = \dfrac{1}{\log_x y} + 1 \quad \Big| \cdot \log_x y \\ \dfrac{5}{6\log_y 5} = \dfrac{1}{\log_y z} + 1 \quad \Big| \cdot \log_y z \\ \dfrac{4}{3\log_z 5} = \dfrac{1}{\log_z x} + 1 \quad \Big| \cdot \log_z x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{2} = \log_y 5 + \log_x 5 \quad (1) \\ \dfrac{5}{6} = \log_z 5 + \log_y 5 \quad (2) \\ \dfrac{4}{3} = \log_x 5 + \log_z 5 \quad (3) \end{cases}$$

Из 3-го вычтем 2-е:

$$\frac{4}{3} - \frac{5}{6} = \log_x 5 - \log_y 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \log_x 5 - \log_y 5$$

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр 61|2-11-72

Прибавим к полученному первое:

$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2\log_x 5 \Rightarrow \log_x 5=1 \Rightarrow x=5$

Из ~~3~~2-го вычтем 1-е:

$\frac{5}{6}-\frac{3}{2}=\log_z 5-\log_x 5 \Rightarrow -\frac{2}{3}=\log_z 5-\log_x 5$

Прибавим к полученному 3-е:

$\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=2\log_z 5 \Rightarrow \log_z 5=\frac{1}{3} \Rightarrow z=5^3=125$

Подставим x в 1-е:

±

$\frac{3}{2}=\log_y 5+1 \Rightarrow \log_y 5=\frac{1}{2} \Rightarrow y=5^2=25$

Ответ: $x=5$; $y=25$; $z=125$

Задача №4.

$y=a_1\cos x+(a_2+a_{2023}+a_{2024})\cdot\sin x$

Не трудно заметить, что при $n>2$ $\cos 10^n=\cos 280°$ Трудно! Не доказано

Тогда:

$y=\cos 10°\cdot\cos x+(\cos 100°+\cos 280°+\cos 280°)\cdot\sin x$

$\cos 100°=\cos(\pi-80°) \Rightarrow \cos 100°=-\cos 80°$

$\cos 280°=\cos(2\pi-80°) \Rightarrow \cos 280°=\cos 80°$

$y=\cos 10°\cdot\cos x+(-\cos 80°+2\cos 80°)\cdot\sin x$

∓

$y=\cos 10°\cdot\cos x+\cos 80°\cdot\sin x$, где $\cos 10°=\sin(\frac{\pi}{2}-80°) \Rightarrow \cos 10°=\sin 80°$

$y=\sin 80°\cdot\cos x+\sin x\cos 80°$

$y=\sin(80°+x)$

$y'=\cos(80°+x)=0$ $\xrightarrow[\quad 10 \quad]{+ \quad \text{т.max} \quad -}$ $\Rightarrow x_{max}=10°$ ~~Ответ~~ ~~...~~

локальный! Период

Найдём y_{max} подставив x_{max}

$$y_{max} = \cos 10^\circ \cdot \cos x_{max} + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \cdot \sin x_{max}$$

$$y_{max} = \cos^2 10^\circ + (-\cos 80^\circ + 2\cos 80^\circ) \cdot \sin 10^\circ$$

$$y_{max} = \cos^2 10^\circ + \cos 80^\circ \sin 10^\circ$$

По формуле приведения $\cos 80^\circ = \sin 10^\circ$

$$y_{max} = \cos^2 10^\circ + \sin^2 10^\circ = 1$$

Ответ: $y_{max} = 1$