

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-08-60

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	13	0	13	10	-	15	-	62

Вариант 1.

№1 Пусть первый белый бежал t секунд. Тогда весь путь $9t$; второй бежал $t+1$ секунду, третий - $t+2$ секунды. Т.к. третий пришел первым, то

$$9t \geq 8(t+1) \Rightarrow 9t \geq 8t + 8 \Rightarrow t \geq 8$$

$$9t \geq 7(t+2) \Rightarrow 9t \geq 7t + 14 \Rightarrow 2t \geq 14 \Rightarrow t \geq 7 \quad \left| \Rightarrow t \geq 8 \right.$$

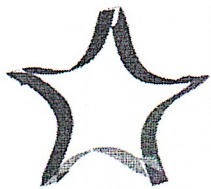
Если $t=8$, то $S=9t=72$; второй пробежал $8 \cdot (8+1)=72$ м, третий - $7 \cdot (8+2)=70$ м. Тогда расстояние до двух других белых будет $(72-72) + (72-70) = 2$ м, что не противоречит условию.

Если $t > 8$, то $9t > 8t + 8$ и $9t > 7t + 14$, расстояние от 3 до 1 и 2 белых увеличится и будет больше 2, что противоречит условию. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow t=8, S=9t=72 \text{ м}$$

Ответ: ~~расстояние~~ дистанция 72 м

№2 В каждом столбце из 8 клеток ровно ~~по~~ половина черных, т.к. если их больше, то найдутся 2 черные рядом, что противоречит условию, а если меньше, то найдутся две черные или белые рядом или черная и белая рядом, что также противоречит условию.

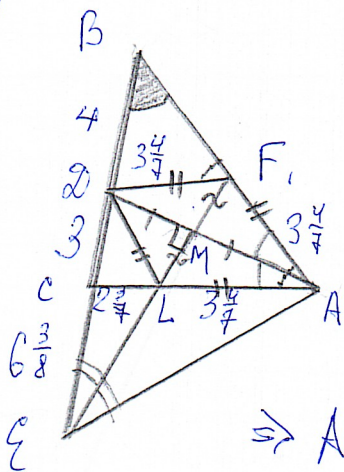


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-08-60

Тогда, если в каждом ~~столбце~~ из 12 столбцов ~~из 8~~ из 8 клеток ровно половина, т.е. 4, серых, то всего серых $4 \cdot 12 = 48$ — половина от всего количества клеток. И расположиться они могут только ~~в шахматной раскраске~~ в шахматной раскраске. Всего возможно 2 шахматные раскраски ~~каждой клетки~~ (левая верхняя угловая клетка серая ~~или белая~~)
Каждая из оставшихся 48 клеток может быть или черной, или белой, т.е. раскрасить оставшиеся клетки есть 2^{48} вариантов. Тогда всего вариантов $2 \cdot 2^{48} = 2^{49}$.
Ответ: 2^{49}

№3



Дано: $AB=8$; $BC=7$; $AC=6$; EM — сев. пер. к AD , AD — бисс.
Найти: $BE:CE$

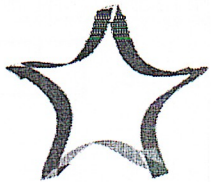
1. По свойству биссектрисы $\frac{BD}{DE} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
Т.к. $BC=7$, $\frac{BD}{DE} = \frac{4}{3}$, то $BD=4$, $DE=3$

2. В $\triangle ABD$ LM — медиана и высота, $\Rightarrow \triangle ADM \cong \triangle BDM$

$\Rightarrow AL = LD$

3. Продлим LM до пересечения с AB . Пусть LM пересекет AB в точке F . Тогда в $\triangle ABF$ AM — биссектриса и высота, $\Rightarrow \triangle ALF \cong \triangle BMF$, $\Rightarrow AL = BF$; AM еще и медиана и $LM = FM$

4. В $\triangle DFA$ диагональ DF делит LA пополам $\Rightarrow \triangle DFA$ — параллелограмм. Т.к. $DA \perp LF$, то $\triangle DFA$ — ромб, $\Rightarrow FA = FD = AL = LA$.
 $\Rightarrow DL \parallel FA$; $FD \parallel LA$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-08-60

5. Пусть $FZ = x$, тогда $FA = FZ = AL = LZ = x$

6. Т.к. $FZ \parallel CA$, то $\angle ZFB = \angle CAB$ как соответственные.

$\triangle ZBF \sim \triangle CBA$ по двум углам ($\angle ZBF$ общ., $\angle CAB = \angle ZFB$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{ZF}{CA} = \frac{BF}{AB} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{8-x}{8} \Rightarrow 8x = 48 - 6x \Rightarrow 14x = 48$$
$$x = 3\frac{4}{7}$$

7. $CL = AC - AL = 6 - 3\frac{4}{7} = 2\frac{3}{7}$

8. CL - бисс. в $\triangle ECA$. По св-ву биссектрисы $\frac{CE}{AE} = \frac{CL}{AL}$

$$\frac{CL}{AL} = 2\frac{3}{7} : 3\frac{4}{7} = \frac{17}{7} \cdot \frac{7}{25} = \frac{17}{25}$$

9. В $\triangle ECA$ EM - медиана и высота, $\Rightarrow \triangle ECA$ - р/б, $\Rightarrow \angle Z = \angle A$.

$$\angle Z = 3 + 17y, \angle A = 25y \Rightarrow 25y = 3 + 17y \Rightarrow 8y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{8}$$

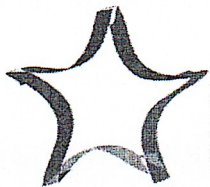
$$17y = \frac{17 \cdot 3}{8} = \frac{51}{8} = 6\frac{3}{8}$$

10. $\frac{BE}{CE} = 4 : \left(4 + 3 + 6\frac{3}{8} \right) = \frac{4}{1} \cdot \frac{8}{32+24+51} = \frac{32}{107} \approx 0,3$

Ответ: $\frac{BE}{CE} = \frac{32}{107} \approx 0,3$

$\sqrt{5}$

Выталкивающая сила зависит от плотности жидкости, объема погруженной части тела, ускорения свободного падения ($F = \rho V g$). ρ - постоянное, объем погруженной части тела тоже постоянный, т.к. один и тот же шарик погружен полностью. Плотности жидкостей различаются, значит выталкивающие силы различаются.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-08-60

Значит, в одном случае для удержания шарика в равновесии прилагается сила, чтобы он не утонул, а во втором - чтобы не всплыл. Тогда

$$m_{ш}g - \rho_1 Vg = \rho_2 Vg - m_{ш}g$$

$$m_{ш} - \rho_1 V = \rho_2 V - m_{ш}$$

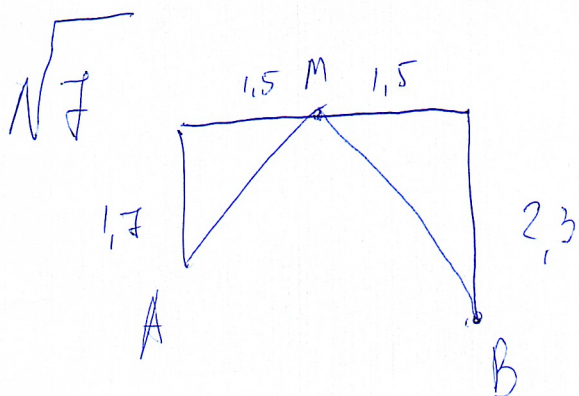
$$\rho_{ш} V - \rho_1 V = \rho_2 V - \rho_{ш} V$$

$$\rho_{ш} - \rho_1 = \rho_2 - \rho_{ш}$$

$$2\rho_{ш} = \rho_1 + \rho_2$$

$$\rho_{ш} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

$$\rho_{ш} = \frac{800 + 1000}{2} = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

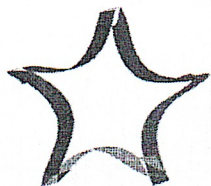


Точка М - середина дороги.

Борису нужно идти до неё, взять в ней груз и идти до пункта В. Это найдётся

$$L = \frac{\sqrt{1.7^2 + 1.5^2} + \sqrt{1.5^2 + 2.3^2}}{2.5} = \frac{\sqrt{5.16} + \sqrt{7.56}}{2.5} \approx 2 \text{ ч}$$

Ответ: минимальное $t \approx 2 \text{ ч}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 55-08-60

N4

$$p=5; q=7$$

$$\text{При } a=10$$

$$pq = 35$$

$$2a + 15 \leq 35 : 35$$

$$3a + 15 \leq 35 : 35$$