



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-59-11-42

N1

Дано:

$$r = 54,6 \text{ млн. км}$$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$x = ?$



$$\begin{cases} F_3 = F_M \\ F_M = \frac{G M_M m}{(r-x)^2} \\ F_3 = \frac{G M_3 m}{x^2} \end{cases}$$

$$\frac{G M_3 m}{x^2} = \frac{G M_M m}{(r-x)^2}$$

$$\frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{M_3}{M_M} \Rightarrow \frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$x = (r-x) \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$x \left(1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \right) = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$x = \frac{r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}}{1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{6,24 \cdot 10^{23}}}}{1 + \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{6,24 \cdot 10^{23}}}}$$

$$\approx 4 \cdot 10^7 \text{ км} \approx 4 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

Ответ: точка находится на расстоянии $4 \cdot 10^{10} \text{ м}$ от Земли

N2

Дано: $g = ?$

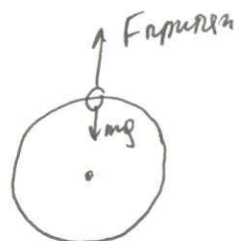
$$R = 3430 \text{ км}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

по II-му 3-му Ньютона:

$$\begin{cases} mg = F_{\text{притяж}} \\ F_{\text{притяж}} = \frac{G M m}{R^2} \end{cases}$$



$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,4 \cdot 10^{23}}{3430^2} = 3,6 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

Ответ: $g = 3,6 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

~~N3~~

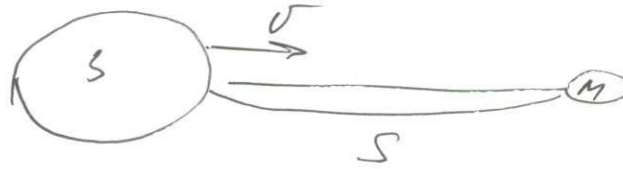
N5

Дано:

$$v = 12 \text{ км/с}$$

$$S = 54,6 \text{ мм}^2$$

$\tau = ?$



$$\tau = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 455 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

Ответ: $\tau = 455 \cdot 10^4 \text{ с}$

N3

Дано:

$$v = 10 \text{ м/с}$$

$$\rho = 1 \text{ кг/м}^3$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$F = ?$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\Delta V = S v \Delta t$$

$$m = \Delta V \cdot \rho$$

$$\Delta p = m v = \rho \Delta V \cdot v = S v^2 \Delta t \rho$$

$$F = \frac{\rho S v^2 \Delta t}{\Delta t} = \rho S v^2$$

~~Пока космич. корабль пролетит 1 с, на нём останется $10^3 \cdot 49$ микрометров $\Rightarrow$ то масса каждой метр будет увеличиваться на 49 т~~

$$F \Delta t = p - p_0$$

$$\cancel{p} = Mv + 49 \text{ т} \Delta t \cdot 10^3$$

$$p_0 = Mv$$

$$F \Delta t = Mv + 10^3 \cdot 49 \text{ т} \Delta t v - Mv = 49 \text{ т} \Delta t v$$

$$F = 10^3 \cdot 49 \text{ т} v = 49 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10000 = \cancel{9,8} \text{ т} 98 \text{ кН}$$

Ответ: сила роста возрастет на ~~9,8 т~~ 98 кН



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-59-11-42

N 4

Рано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

$$A_1 = \frac{GmM}{R} - \frac{GmM}{R+h} = \frac{GmM(R+h) - GmMR}{R(R+h)} =$$

$$= \frac{GmMh}{R(R+h)}$$

$$A_2 = \frac{mv^2}{2}$$

по II-му 3-му закону

$$m a_g = F_{гравит} \Rightarrow \frac{mv^2}{(R+h)} = F_{гравит} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{R+h} = \frac{GmM}{(R+h)^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{R+h}$$

$$A_2 = \frac{mGM}{2(R+h)}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GmMh}{R(R+h)} \cdot \frac{2(R+h)}{mGM} = \frac{2h}{R} = 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$

N 3

Рано:

$$v = 10 \text{ км/с}$$

$$M_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$$F = ?$$

Пока космический корабль летит т.с.
он проходит 10000 м $\Rightarrow$ на нём оста-
ется $49 \cdot 10^4$ микрометров $\Rightarrow$ его
масса камуфлета и секунду будет уве-
личиваться на $49 \cdot 10^4 \text{ то}$

$$F \Delta t = p - p_0$$

$$p = Mv + 49 \cdot 10^4 \text{ то } \Delta t$$

$$p_0 = Mv$$

$$F \Delta t = Mv + 10^4 \cdot 49 \text{ то } \Delta t v - Mv = 49 \text{ то } \Delta t v \cdot 10^4$$

$$F = 10^4 \cdot 49 \text{ то } v = 10^4 \cdot 49 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 98 \text{ кН}$$

ответ: сила тяжести увеличится на 98 кН.