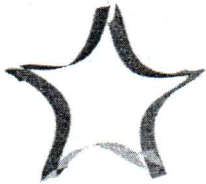


11-21-258



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 63-11-191

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	10	13	9	3	10	10	15	15	85

XW

Вариант 1

W

nd

Дано

$$D_p = -5 \text{ атм.}$$

$$d_1 = 0,06 \text{ м}$$

$$d_2 = 0,12$$

$$D_c = ?$$

Решение

$$F = \frac{1}{p} \Rightarrow F_1 = \frac{1}{D_p}$$

$$F_1 = -\frac{1}{5} = -0,2 \text{ м}$$

Рассмотрим подобие треугольн.
треугольн. с основаниями d_1 и d_2

$$\triangle BOK \sim \triangle BAC$$

$$\text{Отсюда, } \frac{d_2}{d_1} = \frac{|F_1| + OA}{|F_1|}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{12 \cdot 100}{100 \cdot 6} = 2$$

$$\text{Тогда, } \frac{|F_1| + OA}{|F_1|} = \frac{2}{1}$$

$$2|F_1| = |F_1| + OA$$

$$|F_1| = OA = 0,2 \text{ м}$$

Рассмотрим подобие треугольн.

$$\triangle DOH \sim \triangle EAH$$

$$\text{Отсюда, } \frac{EA}{DO} = \frac{AH}{OH}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{OA - |F_2|}{|F_2|} = \frac{2}{1}$$

$$3|F_2| = OA - |F_2|$$

$$2|F_2| = OA$$

$$|F_2| = \frac{OA}{2}$$

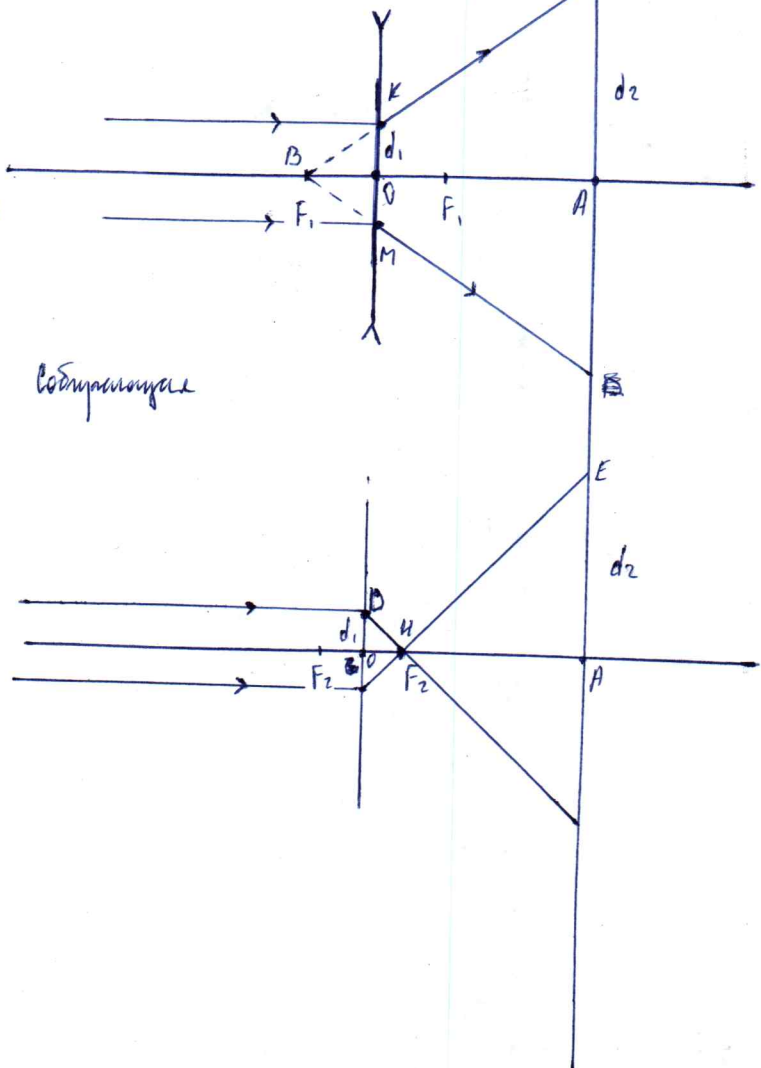
$$|F_2| = \frac{1}{D_c}$$

$$D_c = \frac{1}{|F_2|} = \frac{3}{OA}$$

$$D_c = \frac{3 \cdot 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ атм.}$$

Ответ 15 атм.

Рассматриваем



Соблюдаем

№6

Дано

Решение

$$C = 500 \cdot 10^{-6}$$

$$R_1 = 20 \text{ Ом}$$

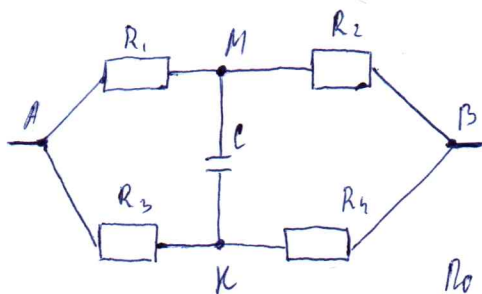
$$R_2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 30 \text{ Ом}$$

$$U_0 = 420 \text{ В}$$

$$Q = ?$$



Через достаточно большое время после подключения источника конденсатор заряженный, ток через него идти не будет

R_1 и R_2
 R_3 и R_4 $\Rightarrow$ эквиваленты паралл.

По закону Ома для гр. цепи $I_{12} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$
 $I_{12} = \frac{420}{20+10} = \frac{420}{30} = 14 \text{ А}$

4-разность потенциалов

$U = \varphi' - \varphi$, где φ' - потенциал потенциал
 φ - потенциал потенциал

Поэтому, $\varphi_M - \varphi_A = I_{12} \cdot R_1$

(1) $\varphi_M - \varphi_A = 14 \cdot 20 = 280 \text{ В}$

По 3 закону: $I_{34} = \frac{U_0}{R_3 + R_4}$

$I_{34} = \frac{420}{40+30} = \frac{420}{70} = 6 \text{ А}$

~~По 2~~ $\varphi_K - \varphi_A = I_{34} \cdot R_3$

(2) $\varphi_K - \varphi_A = 6 \cdot 40 = 240 \text{ В}$

Вычитая из гр-а (1) гр-а (2)

$\varphi_M - \varphi_K = 280 - 240 = 40 \text{ В}$

$C = \frac{Q}{U}$, где $U = \varphi_M - \varphi_K$

$C = \frac{Q}{\varphi_M - \varphi_K}$

$Q = C(\varphi_M - \varphi_K)$

$Q = 500 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 20 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ мкКл}$

Ответ 20 мкКл

№1

$$7\sqrt{2 - \log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3\sqrt{2 - \log_3 x} - 5$$

1003!

$$7\sqrt{2 - \log_3 x} + 3\sqrt{2 - \log_3 x} - 5 \leq 7\log_3 x + 3|2\log_3 x - 5|$$

Проведем замену $\sqrt{2 - \log_3 x} = t$, $t \geq 0$

$2 - \log_3 x = t^2$

(1)

$\log_3 x = 2 - t^2$

(2)

$7t + 3|2t - 5| \leq 7(2 - t^2) + 3|2(2 - t^2) - 5|$

Найдем корни модуля (1) и (2)

(1) $t = \frac{5}{2}$

(2) $t^2 - 1 = 0$
 $t^2 = 1$

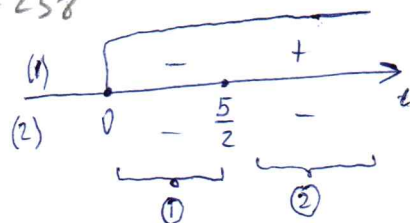
$\emptyset$

Напишем таблицу эквивалентности для последующего раскрытия модулей

№ (презентация)

11-21-258

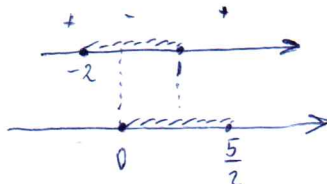
63-11-191



Округаи $\begin{cases} 7t - 6t + 15 \leq 14 - 7t^2 - 6(2 - t^2) + 15 \\ t \in [0; \frac{5}{2}] \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 + t - 2 \leq 0 \\ t \in [0; \frac{5}{2}] \end{cases}$

$t \in [0; 1]$



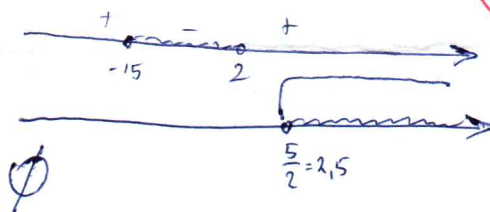
Округаи $\begin{cases} 7t + 6t - 15 \leq 7(2 - t^2) - 6(2 - t^2) + 15 \\ t > \frac{5}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} t^2 + 13t - 30 \leq 0 \\ t > \frac{5}{2} \end{cases}$

(3) $D = 169 + 120 = 289$

$\begin{cases} t = \frac{-13 - 17}{2} = -15 < 0 \\ t = \frac{-13 + 17}{2} = 2 \end{cases}$

Тогда,



Итак $t \in [0; 1]$

$\begin{cases} \sqrt{2 - \log_3 x} \geq 0 \\ \sqrt{2 - \log_3 x} \leq 1 \end{cases} \begin{cases} 2 - \log_3 x \geq 0 \\ 2 - \log_3 x \leq 1 \end{cases} \begin{cases} \log_3 x \leq 2 \\ \log_3 x \geq 1 \end{cases} \begin{cases} x \leq 9 \\ x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow x \in [3; 9]$

Ответ $[3; 9]$

№3

$f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b$ принимает неотриц. значения для всех $x \Rightarrow ax^2 + (3a+1)x + b \geq 0$

функция представляет собой график параболы

• если $a=0$, то $x+b \geq 0$

$x \geq -b \Rightarrow$ условие "неотрицательное" значение не выполняется

• значит параболу берем тогда при $a > 0$

$D \leq 0$

$D = (3a+1)^2 - 4ab \leq 0$

Необходимо найти $4a+b$

Пусть $4a+b=c$

$b=c-4a$

Тогда $9a^2 + 6a + 1 - 4a(c-4a) \leq 0$

$$\begin{aligned} 9a^2 + 6a + 1 - 4ac + 16a^2 &\leq 0 \\ 25a^2 + 6a + 1 - 4ac &\leq 0 \\ c &\geq \frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} \end{aligned}$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{25x^2 + 64 + 1}{4x}$ и найдем производную этой функции

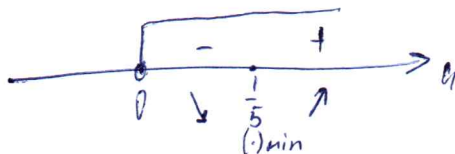
$$f'(a) = \frac{(50a+6) \cdot 4a - 4(25a^2+6a+1)}{16a^2} = \frac{200a^2+24a-100a^2-24a-4}{16a^2} = \frac{100a^2-4}{16a^2}$$

$$\frac{100a^2 - 4}{16a^2} = 0$$

Hyun :

$$\sigma_1^2 = \frac{4}{100}$$

$$C_1 = \pm \frac{2}{10} = \pm \frac{1}{5}$$



(1) $\frac{1}{5}$ является элементом (1) min не произвольное

hängen zusammen, regelmäßig $\frac{1}{5}$

$$f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{25 \cdot \frac{1}{25} + \frac{6}{5} + 1}{4 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{2 + \frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{16 \cdot 5}{5 \cdot 4} = 4$$

+

Итак, $c \geq 4$ и значит, наименьшее значение вып-а $4c_1 + b = 4$

Amber 4

Почему фантаста?

Peimenne

Рассмотрим модель пример. 2×2 . Пусть в первой клетке белый узел

δ	c
c	$\delta/2$

Чтобы выполнить условие необходимо, чтобы справа и снизу стоял серый. Тогда в оставшейся можно поставить либо белый либо серый.

Второго, мы делаем вывод, что основным условием является
расстановка серых клеток, в промежутки между которыми
можно вставить ① или ②

Вместе с тем, серые клетки будут составлять шахматный рисунок и половину от числа всех клеток

Серия замкнутом $\frac{dL}{z} = 92$ мм

[illegible]

Белые и черные клетки, в свою очередь, суммарно будут составлять вторую половину клеток

Чтобы посчитать вероятность расставования с учетом условий 2 (т.е. 2 цвета фигурируют в различных комбинациях) выделим в степени свободных клеток, где можно их расставить. Разделим на все возможные клетки в которых могут быть 3 цвета, а именно на 2 т.к. пример: может получиться не с (2/8), а с (C) клеткой, т.е.

C	7/8	C	7/8	C	7/8	C	7/8	C	7/8	C	7/8
---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---	-----

C		
---	--	--



9898 nongraem

$$\frac{2^{42} \cdot 2}{3^{84}} = \frac{2^{43}}{3^{84}}$$

④ 3 в основном члене, потому что без единицы в каждом члену можно прибавить 3, а без нее 3^{δ_4} . Ответ $\frac{3^{43}-1}{2}$.

Amber $\frac{245}{284}$

+

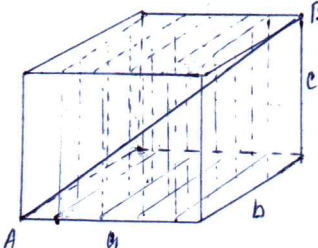


№ 4
Дано

размер: $7 \times 8 \times 13$

$K = ?$

Решение



Представленная на рисунке диагональ AB "протыкает" куб
Чтобы посчитать количество "проткнутого" кубов, приведем формулу:

$$K = a + b + c - \text{НОД}(a; b) - \text{НОД}(b; c) - \text{НОД}(a; c) + 2$$

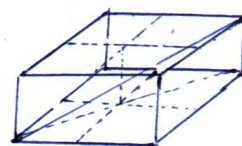
11-21-258 Для примера возьмем параллелепипед $2 \times 2 \times 1$:

кол-во кубиков: $2 + 2 + 1 - 1 - 1 - 1 = 2$



$$K = 7 + 8 + 13 - 1 - 1 - 1 = 28 - 3 = 26$$

Ответ 26



№ 7

Дано:

$$P = k V^2$$

2-3 изотермический $V = \text{const}$

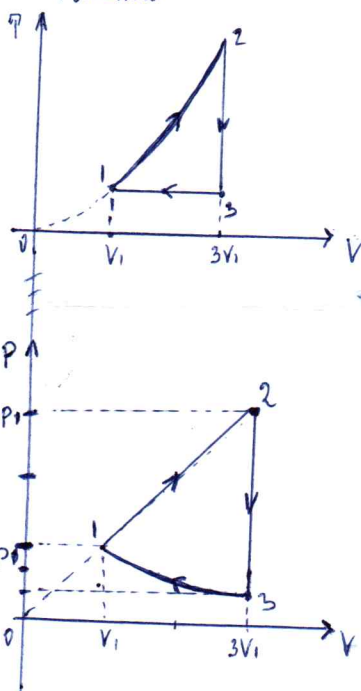
3-1 изотермический $P = \text{const}$

$$V_2 = 3V_1$$

$$|A_{12}| = 3,64 |A_{31}|$$

$$\eta = ?$$

Решение



1-2 Перетягиваем график в координатах $p(V)$

$$pV = 2RT$$

$$p_1 V_1 = 2RkV_1^2$$

$$p_2 V_2 = 2RkV_2^2$$

$$p_2 = 3p_1 \text{ - т.н. об. зависимость}$$

2-3 график является прямой $\Rightarrow$ давление растет линейно

$$V_2 = V_3$$

3-1: $P = \text{const}$

$$p_1 V_1 = p_3 V_3$$

$$p_3 = \frac{p_1}{3}$$

$$p_1 > p_3$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_x|}{Q_n}$$

$$Q = \Delta U + A$$

$Q_x = Q_{23} + Q_{13}$ (наз в процессе 1-3 расширение, $T = \text{const}$, а в 2-3 сжатие
ест внутреннюю энергию)

$$Q_n = Q_{12} \quad (A > 0, \Delta U > 0)$$

$$\Delta P > 0; \Delta U > 0$$

$$Q_n = \Delta U_{12} + A_{12}, \quad \Delta U_{12} = \frac{3}{2} 2RT, \quad i=3$$

$$pV = 2RT, \quad 1 \rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} pV$$

$$Q_n = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) + \frac{p_1 + 3p_3}{2} \cdot (3V_1 - V_1) = \frac{3}{2} (3p_1 V_1 - p_1 V_1) + 4p_1 V_1 = \frac{3}{2} \cdot 8p_1 V_1 + 4p_1 V_1$$

$$A_{12} = 4p_1 V_1$$

$$Q_n = \frac{3}{2} \cdot 2A_{12} + A_{12} = 4A_{12}$$

$$Q_n = 14,56 |A_{31}|$$

$$Q_x = \Delta U_{23} + A_{23} + \Delta U_{13} + A_{13} = \Delta U_{23} + A_{13}$$

$$Q_x = \frac{3}{2} (p_2 V_2 - p_3 V_3) + A_{31} = \frac{3}{2} (3p_1 V_1 - \frac{p_1}{3} \cdot 3V_1) + A_{31} = \frac{3}{2} \cdot 8p_1 V_1 + A_{31} = 3A_{12} + A_{31}$$

$$|A_{12}| = 3,64 |A_{31}|$$

$$3A_{12} = 10,92 |A_{31}|$$

$$Q_x = 10,92 |A_{31}| + |A_{31}| = 11,92 |A_{31}|$$

$$\eta = 1 - \frac{11,92 |A_{31}|}{14,56 |A_{31}|}$$

$$\eta = 1 - \frac{11,92 |A_{31}|}{14,56 |A_{31}|}$$

~~$$R = \frac{mv^2}{Bq} = \frac{1.1 \cdot 10^{-2} \cdot 100}{0.01 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.875 \cdot 10^4 \text{ m}$$~~

$$\eta = 1 - \frac{149}{182}$$

$$\begin{array}{r} 1490 \overline{) 182} \\ 1490 \\ \hline 340 \\ 182 \\ \hline 158 \dots \end{array}$$

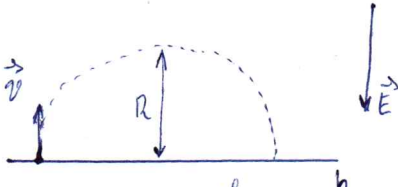
$$\eta \approx 0.82$$

$$\eta \approx 18\%$$

$$\text{Ответ } 18\%$$

N 5
Дано
 $q > 0$
 q
 $t = 0$
 h
 B
 E
 m
 $t = ?$

Решение



На заряде q действует сила F_n направлена радиально внутрь F_n

$$F_n = Bq v \quad \left| \Rightarrow Bq v = \frac{mv^2}{R} \right.$$

$$F_n = ma_n, \quad a_n = \frac{mv^2}{R}$$

$$R = \frac{mv}{Bq}$$

При движении в электр. поле E не меняется
вдоль h увеличивается по окружности. Чтобы определить на max высоту R , требуется $t_1 = \frac{T}{4}$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{Bq}$$

$$t_1 = \frac{\pi m}{2Bq}$$

$$h = \frac{a_n t_1^2}{2} \quad \left| \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{a_n}} \right.$$

$$F_{en} = ma_n \quad \left| \Rightarrow a_n = \frac{Eq}{m} \right.$$

$$F_{en} = Eq$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2hm}{Eq}}$$

$$h = R = \frac{mv}{Bq}$$

$$t_2 = \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{EB}}$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{\pi m}{2Bq} + \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{EB}} \quad c$$

$$\text{Ответ } \frac{\pi m}{2Bq} + \frac{m}{q} \sqrt{\frac{2v}{EB}} \quad c$$