

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-10-43

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	5	10	9	15	6	81

Хув

Вариант I

①

$$\nu_2(80!) = \left[\frac{80}{2} \right] + \left[\frac{80}{2^2} \right] + \left[\frac{80}{2^3} \right] + \dots + \left[\frac{80}{2^6} \right] + \underbrace{\left[\frac{80}{2^7} \right] + \dots}_{=0}$$

$$= 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$$

Аналогично $\nu_5(80!) = \left[\frac{80}{5} \right] + \left[\frac{80}{5^2} \right] = 16 + 3 = 19$

$$\Rightarrow 80! = a \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}$$

$$\Rightarrow \frac{80!}{10^{80}} = \frac{a \cdot 2^{78} \cdot 5^{19}}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{a}{2^2 \cdot 5^{61}}$$

+

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

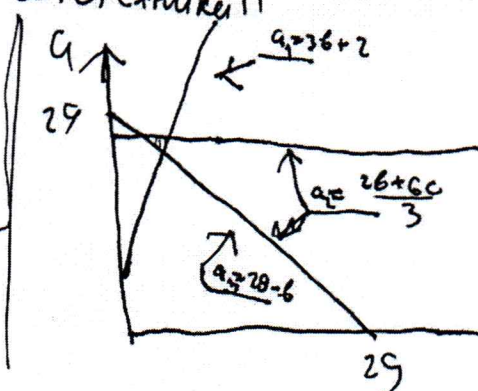
② a - число учеников "Бл. мат!"
 b - "ТехноТехники"

$$a + b > 29$$

$$a - 2 > 36$$

$$3a < 2b + 60$$

$a = ?$



Маленький Δ -
мн-во решений
данной системы уравнений

$$29 - b = \frac{2b + 60}{3} \Rightarrow b = \frac{9 \cdot 3}{5} = 5.4$$

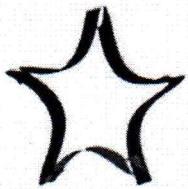
$$\frac{2b + 60}{3} = 36 + 2$$

$$\Rightarrow b = 7 \frac{5}{7}$$

Вывод: $b \in [5.4; 7 \frac{5}{7}]$

По т.к. $b \in \mathbb{N} \Rightarrow b = 6$, либо $b = 7$

Если нужна целая точка в этом Δ (без границ b)



③ - Продолжение

Пересечём a_1 и a_2 . Получим точку $(\frac{5}{7}, \frac{25}{7})$

Пересекём a_2 и a_3 , получим точку $(5, 4; 23, 6)$

Пересечём a_1 и a_3 , получим точку $(6, 75; 22, 25)$

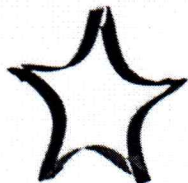
Вывод: a может равняться либо $\frac{5}{7}$ или 23 , либо 24 , либо 6 , либо 25 .

Тогда нам надо проверить точку $(23, 6), (23, 7), (24, 6), (24, 7), (25, 6), (25, 7)$ и выбрать

ту, которая удовлетворяет условию системы

Подходит Удовлетворяет условию системы только $(24, 7)$

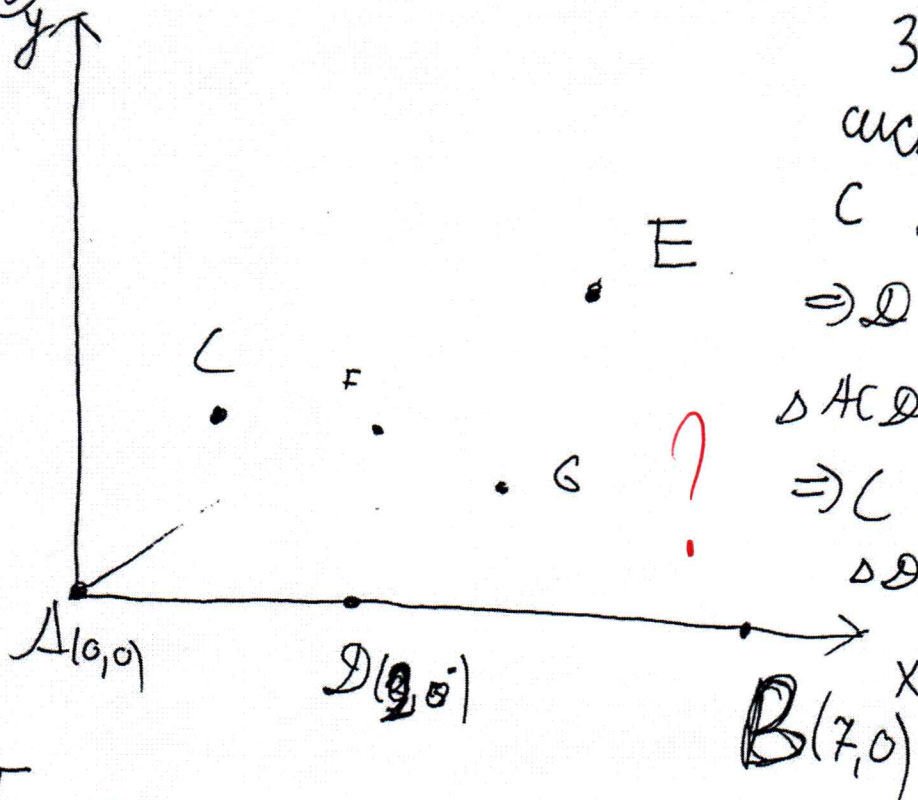
Ответ: 24.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр В1/2-10-43

③



Заведём декартову
систему координат
с $A(0,0)$, и $OA \perp AB$

$\Rightarrow D(2;0)$, $B(7;0)$

$\triangle ACD$ - равносторонний

$\Rightarrow C(1, \sqrt{3})$

$\triangle DEB$ - равносторонний

$\Rightarrow E(4,5; \frac{5\sqrt{3}}{2})$

F - середина $AE \Rightarrow F(\frac{0+4,5}{2}, \frac{0+\frac{5\sqrt{3}}{2}}{2})$
 $F(\frac{9}{4}, \frac{5\sqrt{3}}{4})$

Аналогично, $G(4, \frac{\sqrt{3}}{2})$

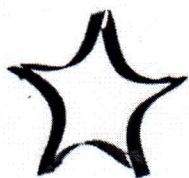
Мы знаем Если $X_1(x_1, y_1)$, $X_2(x_2, y_2) \Rightarrow X_1 X_2^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$$\Rightarrow DF^2 = (2 - \frac{9}{4})^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{4} - 0)^2 = \frac{19}{4}$$

$$DG^2 = (4 - 1)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3})^2 = \frac{19}{4}$$

$$FG^2 = (4 - \frac{9}{4})^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{19}{4} \Rightarrow DF = DG = FG = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

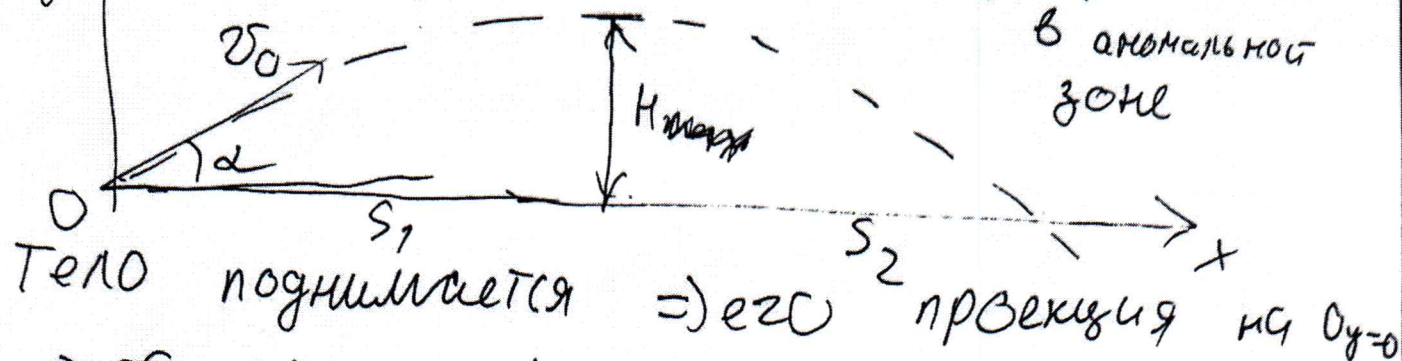
Ответ: $\frac{\sqrt{19}}{2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-10-43

5



Тело поднимается $\Rightarrow$ $y=0$ проекция на $Oy=0$

$$\Rightarrow v_0 \cdot \sin \alpha - g t_{\text{под}} = 0 \Rightarrow t_{\text{под}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

Скорость $v_x = \text{const} \Rightarrow v_x \cdot t_{\text{под}} = S_1 = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2g}$

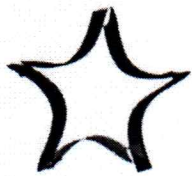
После того как тело вошло в аномальную зону скорость по v_x не менялась, но поменялась время падения $H = \frac{g t_{\text{пад}}^2}{2} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$

$$\frac{\tilde{g} \cdot t_{\text{пад}}^2}{2} = H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow t_{\text{пад}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot \tilde{g}}}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{\sqrt{g \cdot \tilde{g}}} \cdot v_0 \cdot \cos \alpha = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2\sqrt{g \cdot \tilde{g}}}$$

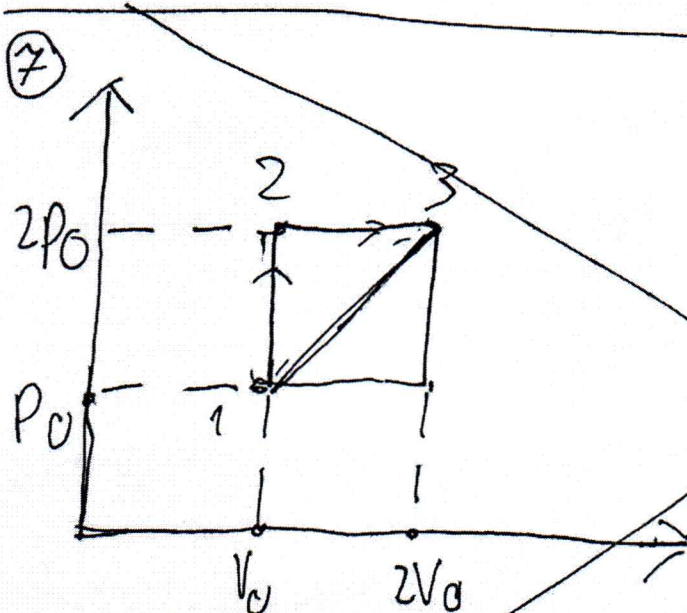
$$S_1 + S_2 = S \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{2\sqrt{g \cdot \tilde{g}}} + \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 2\alpha}{2\sqrt{g \cdot \tilde{g}}} = S$$



3 - Продолжение.

$$\begin{aligned} \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2\sqrt{g\tilde{g}}} &= \frac{2Sg - v_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \quad | : 1(-1) \\ \frac{\sqrt{g\tilde{g}}}{v_0^2 \sin 2\alpha} &= \frac{g}{2Sg - v_0^2 \sin 2\alpha} \Rightarrow \sqrt{\tilde{g}} = \frac{\sqrt{g} v_0^2 \sin 2\alpha}{2Sg - v_0^2 \sin 2\alpha} \\ \Rightarrow \tilde{g} &= g \cdot \left(\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2Sg - v_0^2 \sin 2\alpha} \right)^2 \approx 250 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$



1-2-3-4-1

$$\eta_{123} = \eta = \frac{A_{123}}{Q_H}$$

$$Q_H = A + \Delta U$$

$$A_{123} = \Delta S_{123} = \frac{p_0 \cdot V_0}{2}$$

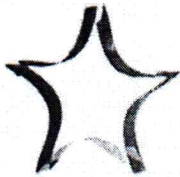
$$Q_{H1} = \underbrace{\frac{p_0 + 2p_0}{2} \cdot (2V_0 - V_0)}_{A_1} + \underbrace{\nu R(T_3 - T_1)}_{\Delta U_1}$$

$$\eta_1 = \frac{p_0 V_0}{2} : \frac{5 p_0 V_0}{2} = \frac{1}{5}$$

$$= \frac{3 p_0 \cdot V_0}{2} + 2 p_0 \cdot 2 V_0 - p_0 V_0 = \frac{5 p_0 V_0}{2}$$

$$A_{124} = \frac{p_0 V_0}{2}; Q_{H2} = p_0(2V_0 - V_0) + \nu R(T_3 - T_1) = p_0 V_0 + \frac{4 p_0 V_0}{3} = 4 p_0 V_0$$

$$\Rightarrow \eta_2 = \frac{p_0 V_0}{2} : 4 p_0 V_0 = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1}{8} : \frac{1}{8} = \frac{8}{8}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-10-43

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

6

Вариант I

$$w = \sigma \cdot T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{w}{\sigma}}, \quad w = \frac{P}{S}, \quad S = \pi \varnothing L$$

$$\Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{UI}{S\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{UI}{\pi \varnothing L \cdot \sigma}} = 1576 \text{ K}?$$

Ответ: 1576

7

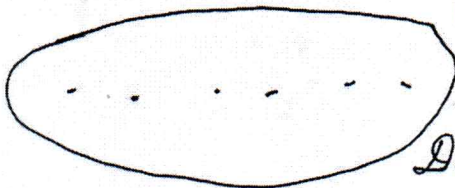
4

Рассмотрим двухдольный граф на дедях и на детях. Будем соединять деду и деду ребром, если дед является дедом деду.



Деду

У каждого деду 2 деду, $\Rightarrow$ в графе $2 \cdot 80 = 160$ ребер. Если дедов ~~3~~ 3, то



Дет

по принципу Дирихле в каком-то деду войдут $\lceil \frac{160}{3} \rceil = 54$ ребра.

Если дедов ≥ 4 , то будет междед, который, очевидно, заберёт себе много внуков.

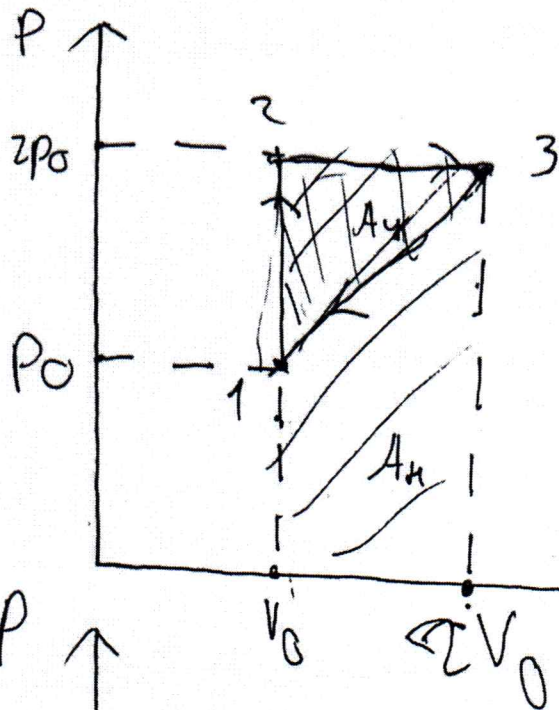
Или вариант возм. графа.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-10-43

⑦



$$\eta = \frac{A_{\text{ч}}}{Q_{\text{н}}}$$

$$A_{\text{ч}} = \frac{(2P_0 - P_0)(2V_0 - V_0)}{2} = \frac{P_0 \cdot V_0}{2}$$

$$Q_{\text{н}} = A_{\text{ч}} + \Delta U$$

Газовый — 1-2-3

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R T_3 - \frac{3}{2} \nu R T_1 = 2P_0 \cdot 2V_0 - P_0 V_0 = \frac{3}{2} P_0 V_0$$

$$A_{\text{н}} = (2V_0 - V_0) \cdot 2P_0 = 2P_0 V_0$$

$$\Rightarrow Q_{\text{н}} = 2P_0 V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{7}{2} P_0 V_0$$

$$\Rightarrow \eta_1 = \frac{P_0 V_0 / 2}{7/2 P_0 V_0} = \frac{1}{7}$$

⑧ $A_{\text{ч}} = \frac{P_0 V_0}{2}$ (Аналогично I)

$A_{\text{н}}$ — площадь под 1,3

$$A_{\text{н}} = \frac{3P_0 V_0}{2}$$

$$\Delta U = \nu R T_3 - \nu R T_1 = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad (\text{то же, что I})$$

$$\Rightarrow Q_{\text{н}} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{3P_0 V_0}{2} = \frac{12P_0 V_0}{2}$$

$$\eta_2 = \frac{P_0 V_0 / 2}{12 P_0 V_0 / 2} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{1/7}{1/12} = \frac{12}{7}$$



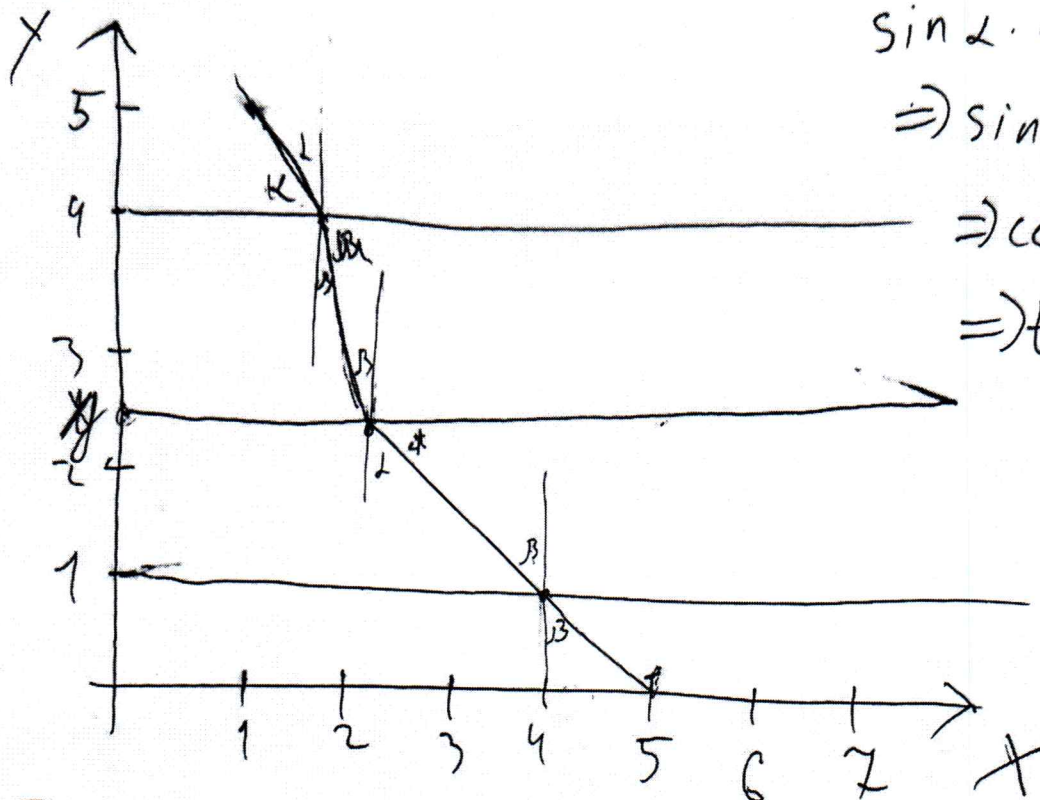
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 6/12-10-43

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант _____

⑧



$$\begin{aligned} \sin 2 \cdot 1 &= \sin \beta \cdot 1 \\ \Rightarrow \sin \beta &= \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{2}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Rightarrow \cos \beta &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Rightarrow \tan \beta &= \sqrt{\frac{2}{2}} \end{aligned}$$

6

Тогда у нас есть две прямые с
коэффициентами $\tan \beta$ и параллельные через
точки $(1, 4)$ и $(4, 1)$.