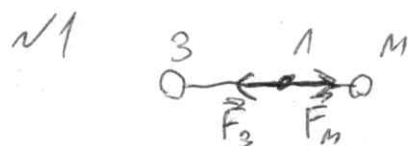




Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр A-73-11-01



2 закон Ньютона:

$$\vec{F}_3 + \vec{F}_M = m\vec{a} = 0$$

$$F_3 = F_M$$

$$F_3 = G \frac{M_T \cdot M_3}{R_3^2}$$

$$F_M = G \frac{M_T \cdot M_M}{R_M^2}$$

$$\frac{M_M}{(r - R_3)^2} = \frac{M_3}{R_3^2}$$

F_3 - сила тяг, действ. на тело со стор. Земли

F_M - сила тяг, действ. на тело со стор. Марса

R_3 - радиус до Земли

R_M - радиус от точки до Марса

$$\begin{cases} G \frac{M_T \cdot M_3}{R_3^2} = G \frac{M_T \cdot M_M}{R_M^2} \\ R_3 + R_M = r \end{cases}$$

$$\left(\frac{R_3}{54,6 - R_3} \right)^2 = \frac{60}{6,4}$$

$$\left(\frac{R_3}{54,6 - R_3} \right)^2 = 9,375$$

$$\frac{R_3}{54,6 - R_3} = \sqrt{9,375}$$

$$R_3 = 54,6 \cdot \sqrt{\frac{9,375}{8}} - \sqrt{\frac{9,375}{8}} \cdot R_3$$

$$R_3 \left(\sqrt{\frac{9,375}{8}} + 1 \right) = 54,6 \cdot \sqrt{\frac{9,375}{8}}$$

$$R_3 \approx \frac{167,177}{4,0619} \approx 41,16 \text{ км}$$

Ответ: точка Лагранжа находится на расстоянии $\approx 41,16$ км от Земли

№2 Сила, действ. на тело:

$$F = G \frac{M_M}{R^2}$$

m - масса тела

2 закон Ньютона:

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow F = mg$$

a - ускорение свободного пад-я (лучше $a = g$)

$$G \frac{M_M}{R^2} = mg$$

$$g = G \frac{M}{R_{\text{пл}}^2}$$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23}}{(343 \cdot 10^4)^2} = \frac{6,67 \cdot 6,4 \cdot 10^{12}}{343^2 \cdot 10^8} =$$

$$= \frac{6,67 \cdot 6,4}{343^2} \cdot 10^4 = \frac{42,688}{117649} \cdot 10^4 \approx 3,63 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $3,63 \text{ м/с}^2$

№5 дви-е будет считат- равномерн

момент, когда ракета стартует от Земли, ей нужно будет пройти 54,6 км радиус до Марса и дальнейшее увеличение расстояния между Землей и Марсом из-за их вращения по эллиптическим орбитам уже не важно.

тогда $t = \frac{S}{v} = \frac{54,6 \cdot 10^6}{12} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} \approx 52,7 \text{ суток}$ Ответ: $\approx 52,7$ суток

№3 $V = 10^4 \text{ м/с}$ - скорость.

$v_m = 1 \text{ мет/с}$

$S = 49 \text{ м}^2$ - площадь

м.е.

$V = 49 \cdot 10^4 \text{ м}^3/\text{с}$ - объём, который пройдёт корабль за 1 секунду

$N = \frac{S \cdot V}{v_m} = \frac{49 \cdot 10^4 \cdot 1}{1} = 49 \cdot 10^4$

$N = V \cdot v_m = 49 \cdot 10^4 \cdot 1 = 49 \cdot 10^4 \text{ мет/с}$ - кол-во метров, с которыми сталкиваются за 1 секунду

$\Delta m = m_0 \cdot N$ - масса метеоров, сталкивающихся с кораблём за 1 секунду

$F = \Delta m \cdot v$ - сила, на сколько увеличится масса тела для столкновения с постоянной скоростью

$F = m_0 N v = m_0 V \cdot v_m v = m_0 S v^2 \cdot v_m = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 49 \cdot (10^4)^2 \cdot 1 = 98 \cdot 10^3 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$

Ответ: ка 98 кН

№4 $F = G \frac{M_c M_m}{L^2}$

сила тяготы, действующая на спутника

M_c - масса спутника
 M_m - масса Марса
 L - расстояние от спутника до центра масс Марса

устанавливая, что $F \neq \text{const}$:

$A_1 = \int_R^{R+h} F dL = \int_R^{R+h} G \frac{M_c M_m}{L^2} dL = G M_c M_m \int_R^{R+h} \frac{1}{L^2} dL = G M_c M_m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) = G \frac{M_m M_c h}{R(R+h)}$

высота спутника относительно центра масс

A_2 : чтобы спутник вошёл на круговую орбиту, нужно, чтобы

$g = \frac{v^2}{(R+h)}$

g - ускорение свободного падения на высоте $(R+h)$ от центра масс Марса

$g = G \frac{M_m}{(R+h)^2}$

$E_k = \frac{M_c v^2}{2}$

- кинетическая энергия, которую needs. чтобы вывести спутника

$E_k = A_2$ (так как начальная скорость равна 0)

тогда $v^2 = \frac{2 A_2}{M_c}$

отсюда: $g = \frac{2 A_2}{M_c (R+h)} = G \frac{M_m}{(R+h)^2}$ $A_2 = G \frac{M_m M_c}{2(R+h)}$

тогда $\frac{A_1}{A_2} = \frac{G \frac{M_m M_c h}{R(R+h)}}{G \frac{M_m M_c}{2(R+h)}} = \frac{2h(R+h)}{R(R+h)} = 2 \frac{h}{R} = 2$

Ответ: 2