

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

ШИ

Ю-Ю-11-043

Задание	1	2	3	4	5	6	7 ₁	8 ₂	Всего
Баллы	3	10	—	0	15	10	8	13	59

Вариант 1

4 11

мат + 2

физ. + 3

64

1. Дано:

ABCD - параллелограмм

SABCD - пирамида

M ∈ SA, N ∈ SD, P ∈ SC

$$\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{ND} = \frac{1}{3}, \frac{SP}{PC} = \frac{1}{4}$$

Найти:

(MNP)

SB

O₂

A

B

D

O₁

Решение:

$$1) NP \cap PC = O_1$$

$$MN \cap AD = O_2$$

$$O_1 O_2 \cap BC = O_3$$

$$O_3 P \cap SB = T$$

$$2) \triangle SPC, O_1 P - \text{секунд.}: \frac{PN}{NS} \cdot \frac{SP}{PC} \cdot \frac{CO_1}{O_1 D} = 1 \text{ (Th Менелая)} \Rightarrow \frac{zy}{y} \cdot \frac{z}{4z} \cdot \frac{CO_1}{O_1 D} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{CO_1}{O_1 D} = \frac{4}{3}$$

$$3) \triangle SAD, O_2 N - \text{секунд.}: \frac{AM}{MS} \cdot \frac{SN}{NP} \cdot \frac{DO_2}{O_2 A} = 1 \text{ (Th Менелая)} \Rightarrow \frac{x}{2x} \cdot \frac{y}{3y} \cdot \frac{DO_2}{O_2 A} = 1 \Rightarrow \frac{DO_2}{O_2 A} = \frac{6}{1}$$

$$4) ABCD - \text{параллелограмм} \Rightarrow O_2 P \parallel O_3 C \Rightarrow \triangle O_1 O_2 P \sim \triangle O_1 O_3 C \text{ (по двум углам)} \Rightarrow \frac{O_1 D}{O_1 C} = \frac{O_2 P}{O_3 C} \Rightarrow O_3 C = \frac{28b}{3} \Rightarrow O_3 M = \frac{10b}{3}$$

$$4) \triangle SBC, O_3 P - \text{секунд.}: \frac{BT}{TS} \cdot \frac{SP}{PC} \cdot \frac{CO_3}{O_3 B} = 1 \Rightarrow \frac{BT}{TS} \cdot \frac{z}{4z} \cdot \frac{28b}{3} \cdot \frac{3}{10b} = 1 \Rightarrow \frac{BT}{TS} = \frac{10}{7}$$

$$2. \left[\begin{array}{l} \frac{\log_3 x \circ \log_4 y}{\log_2(xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \circ \log_{25} z}{\log_5(yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{\log_{27} z \circ \log_2 x}{\log_{16} zx} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\log_3 x \circ \log_2 y}{\log_2 x + \log_2 y} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{\log_3 y \circ \log_5 z}{\log_5 y + \log_5 z} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \Rightarrow \\ \frac{\log_3 z \circ \log_2 x}{\log_2 z + \log_2 x} = \frac{4}{3} \uparrow \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{\frac{\log_2 x}{\log_2 3} \circ \log_2 y}{\log_2 x + \log_2 y} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ \frac{\log_2 y}{\log_2 3} \circ \frac{\log_2 z}{\log_2 5} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} \\ \frac{\log_2 z}{\log_2 3} \circ \log_2 x = \frac{4}{3} \uparrow \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \log_2 x = a \\ \log_2 y = b \\ \log_2 z = c \end{array} \right\}$$

Orpam?

$$\frac{\log_2 y}{\log_2 3} \circ \frac{\log_2 z}{\log_2 5} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\log_2 y}{\log_2 3} + \frac{\log_2 z}{\log_2 5}$$

$$\frac{\log_2 z}{\log_2 3} \circ \log_2 x = \frac{4}{3} \uparrow$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{a \circ b}{a+b} = \frac{2}{3 \log_2 3} \uparrow \\ \frac{b \circ c}{b+c} = \frac{6}{5 \log_2 3} \uparrow \\ \frac{c \circ a}{c+a} = \frac{4}{3 \log_2 3} \uparrow \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2 \log_2 3} \\ \frac{b+c}{bc} = \frac{5}{6 \log_2 3} \\ \frac{c+a}{ca} = \frac{4}{3 \log_2 3} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2 \log_2 3} \\ \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{5}{6 \log_2 3} \\ \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = \frac{4}{3 \log_2 3} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a} = m \\ \frac{1}{b} = n \\ \frac{1}{c} = l \end{array} \right\}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\begin{cases} m+n = \frac{3}{2 \log_2 3} \\ n+l = \frac{5}{6 \log_2 3} \\ m+l = \frac{1}{3 \log_2 3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2n = \frac{3}{2 \log_2 3} + \frac{5}{6 \log_2 3} - \frac{1}{3 \log_2 3} \Rightarrow \frac{1}{\log_2 3} = 2n$$

$$\log_2 y = \log_2 9 \Rightarrow y = 9$$

$$m = \frac{5}{6 \log_2 3}$$

$$\Rightarrow \log_2 x = \log_2 3 \Rightarrow x = 3$$

(+)

$$l = \frac{1}{3 \log_2 3}$$

$$\Rightarrow \log_2 z = \log_2 27 \Rightarrow z = 27$$

Ответ: 3, 9, 27.

4. $a_1 = \cos 10^\circ, a_2 = \cos 100^\circ, \dots, a_n = \cos(10^n)^\circ$

$$y = a \cos x + b \sin x = \pm \sqrt{a^2 + b^2}$$

(-)

$$y = -\sqrt{\cos^2 10^\circ + (\cos 100^\circ + \cos(10^{23})^\circ + \cos(10^{24})^\circ)^2}$$

$$= \sqrt{\cos^2 10^\circ + \cos^2 100^\circ + \cos^2(10^{24})^\circ + \cos^2(10^{23})^\circ + 2 \cos 100^\circ \cos(10^{23})^\circ + 2 \cos(10^{23})^\circ \cos(10^{24})^\circ}$$

$$\cos(10^{24})^\circ + 2 \cos 100^\circ \cos(10^{24})^\circ = -\sqrt{10}$$

Ответ: $-\sqrt{10}$.

5. 1) через 2 сек. ускор. равно ускор. свобод. пад. ($g = 10 \frac{м}{с^2}$) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow V_y = 0 \text{ (конеч.)}$$

2) График был. так из-за сил сопротивления, действ. на тело

3) Скор. дуг. равна. числу. (S) под графиком

$$4) S_{\text{тр}} = \frac{20+10}{2} \cdot 2 = 30 \text{ м} = V_0 \text{ (нач. скор.)} \quad V_y = V_0 - at$$

$$V_0 = 30 \frac{м}{с}$$

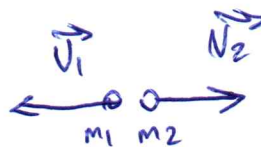
$$\text{Ответ: } 30 \frac{м}{с}$$

б. Дано:

L
q₁, q₂
m₁, m₂
V₁, V₂ - ?

Решение:

1) ЗЧУ
m₁ m₂



$$x: m_2 V_2 - m_1 V_1 = 0$$

$$m_2 V_2 = m_1 V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m_2 V_2}{m_1} \quad (1)$$

(2) З.С.Э.

$$W_p = W_{k1} + W_{k2}$$

через закон. бр.: $W_p \Rightarrow 0$

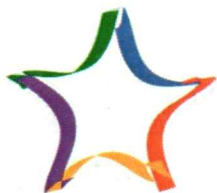
$$W_p = \frac{k q_1 q_2}{r} = \frac{k q_1 q_2}{L}$$

$$W_k = \frac{m V^2}{2}$$

$$\frac{k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 V_1^2}{2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 m_2^2 V_2^2}{2 m_1^2} + \frac{m_2 V_2^2}{2} = \frac{m_1 m_2^2 V_2^2 + m_1^2 m_2 V_2^2}{2 m_1^2}$$

$$= \frac{m_1 m_2 V_2^2 (m_2 + m_1)}{2 m_1^2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2 m_1 k q_1 q_2}{m_2 (m_1 + m_2)}} \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2 m_2 k q_1 q_2}{m_1 (m_1 + m_2)}}$$

$$\text{Ответ: } V_1 = \sqrt{\frac{2 m_2 k q_1 q_2}{m_1 (m_1 + m_2)}}, \quad V_2 = \sqrt{\frac{2 m_1 k q_1 q_2}{m_2 (m_1 + m_2)}}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$p_H = 10^5 \text{ Па}$$

7. Дано:

$$T = 373 \text{ К}$$

$$h_0 = 0,3 \text{ м}$$

$$h = 0,1 \text{ м}$$

$$p_2 = 2p_1$$

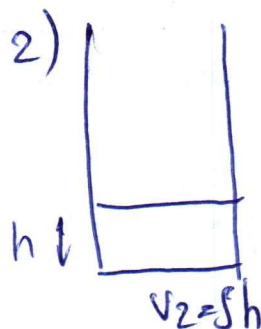
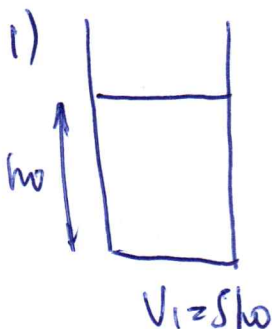
$$S = 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$$

$$R = 8,31$$

$$m_1 = ?$$

Решение:



$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S h_0}{S h} = \frac{0,3}{0,1} = 3$$

$$V_2 = \frac{V_1}{3}$$

Предположим, что $T = \text{const}$, объем уменьш. в 3 р.,

а габр. возросло в 2 $\Rightarrow$ начну. нар конденсир.

$$p_1 V_1 = \nu_1 R T \quad (1)$$

$$p_2 V_2 = \nu_2 R T \quad (2)$$

$$(1) : (2) \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{3 p_1 V_1}{2 p_1 V_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow \text{масса уменьш. в } 1,5 \text{ р.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 \Rightarrow$$

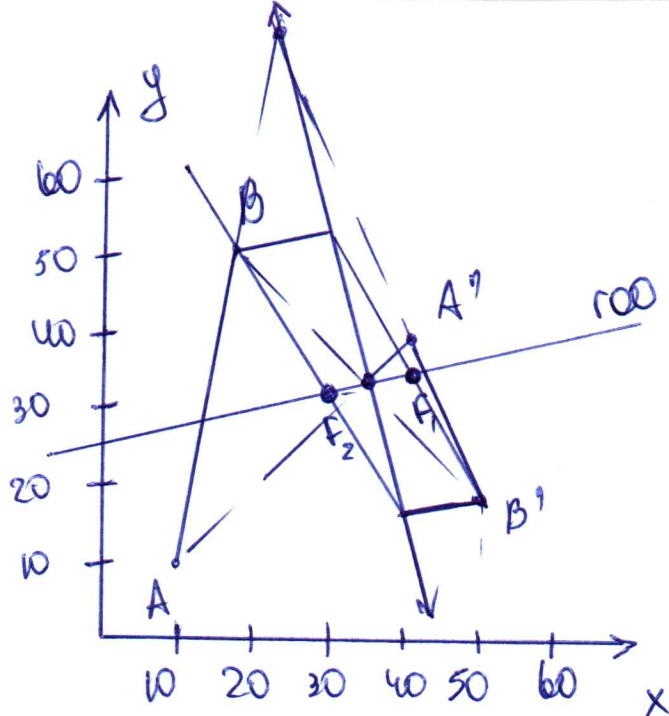
$$\Rightarrow p_1 = \frac{1}{2} p_H$$

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} R T \Rightarrow m_1 = \frac{p_H V M}{2 R T} = \frac{p_H S h_0 M}{2 R T}$$

$$m_1 = \frac{10^5 \cdot 0,1 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

Ответ: $6 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$.

8.



1) т.к. изображ. перевернуто, можно утверждать, что линза собир.

2) соедин. B и B' , A и A' , точкой их пересеч. явл. оптич. центр

3) продолж. AB и $A'B'$, отмес. точку пересеч.

4) соединив 2 точки пересечения, получим линзу

5) постро. главную оптическую ось, перпендикулярную линзе

6) из т. B проведем луч^{к линзе}, парал. g_{00} , продолж. соедин. с B' , точка на главной оптич. оси будет явл. фокусом

7) аналогич. с точкой B'

8) $F_1(40; 30)$; $F_2(30; 25)$

Ответ: $(40; 30)$; $(30; 25)$