



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр СНЖС-09-1

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы	12	12	13	13	7	10	10	77

2022
Вариант I

[Handwritten signature]

У1.

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases} \quad x, y, z > 0$$

$$\begin{cases} 2 = (y+z-x)(y+z+x) \\ 3 = (x+z-y)(x+z+y) \\ 4 = (x+y-z)(x+y+z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y-z}{y+z-x} = \frac{4}{2} \\ \frac{x+z-y}{y+z-x} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y - 2z = 4y + 4z - 4x \\ 2x + 2z - 2y = 3y + 3z - 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 6z + 2y \\ 5x = 5y + z \end{cases}$$

$$6x = 6(5x - 5y) + 2y$$

$$28y = 24x$$

$$y = \frac{6}{7}x$$

$$z = 5(x - y) = \frac{5}{7}x$$

$$x^2 + 2 = \left(\frac{6}{7}x + \frac{5}{7}x\right)^2$$

$$x^2 + 2 = \frac{121}{49}x^2$$

$$2 = \frac{72}{49}x^2$$

$$x^2 = \frac{49}{36}$$

$$x = \frac{7}{6}$$

$$y = 1$$

$$z = \frac{5}{6}$$

Ответ: $(\frac{7}{6}, 1, \frac{5}{6})$

№2.

	До обеда	после обеда	за день
I	$0,25x_{75}$	$1,2y_{84}$	$1,1(x+y)_{99}$
II	x_{20}	y_{20}	$x+y_{40}$

$$0,25x + 1,2y = 1,1(x+y)$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$y = 3,5x = \frac{35}{10}x = \frac{7}{2}x$$

$$\text{сумма} < 250, \text{ т.е. } 2,1(x+y) < 250$$

$$x+y \leq 119$$

$$\frac{3}{4}x - \text{целое} \Rightarrow x \text{ делится на } 4$$

$$\frac{6}{5}y - \text{целое} \Rightarrow y \text{ делится на } 5$$

$$x = \frac{2}{3}y \Rightarrow x \text{ тоже делится на } 5$$

x делится на 20

$$x+y = x+3,5x = 4,5x \leq 119$$

$$x=20: 4,5 \cdot 20 = 90 \leq 119$$

$$x=40 \text{ и больше: } 4,5x > 119 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$x=20, y=20 \Rightarrow x+y=40$$

Ответ: 90 человек.

№3.
Многоугольники, содержащие A , будут называть хорошими, а остальные - обычными. Каждому обычному многоугольнику поставили в соответствие хороший, добавив к множеству вершин точку A . Каждому хорошему многоугольнику с кол-во вершин ≥ 4 в соответствие обычной, убрав из множества вершин точку A .

Таким образом все многоугольники, кроме треугольников, где вершин которых есть A , разбили на пары

Осталось подсчитать, сколько таких треугольников нужно воорвать 2 точки из оставшихся 2023:

$$\frac{2023-2022}{2} = 2023 - 7011 = 2045253$$

Ответ: содержащих точку A больше на 2045253.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы								

Вариант _____

№ 4.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$f(y(x)) = (x^2 + 6x + 2024 - x_1)(x^2 + 6x + 2024 - x_2)$$

$(x^2 + 6x + 2024 - x_3)$ не имеет корней $\Rightarrow$ квадратный
трёхчлен не имеет корней $\Rightarrow D < 0$

$$D = 36 - 4(2024 - x_1) < 0 \Rightarrow x_1 < 2015$$

$$f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3)$$

каждая ~~из~~ скобочек $> 2024 - 2015 = 9 \Rightarrow$ их произ-
ведение $> 9 \cdot 9 \cdot 9 = 229$.

№ 6

Дано:

Решение:

$$\begin{aligned} S &= 15 \text{ см}^2 \\ \rho_b &= 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\ \rho_n &= 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \end{aligned}$$



Найти:

$m_n = ?$

$m_b = ?$

h_n см - уровень льда

$V_n = h_n \cdot S$ - объём льда

$V_b = h_n \cdot S \cdot \frac{\rho_n}{\rho_b}$ - объём погружённого в воду

уровень погружения на 5 см, значит:

$$h_n - h_b = 5 \text{ см}$$

$$h_n - h_n \cdot \frac{\rho_n}{\rho_b} = 5 \text{ см}$$

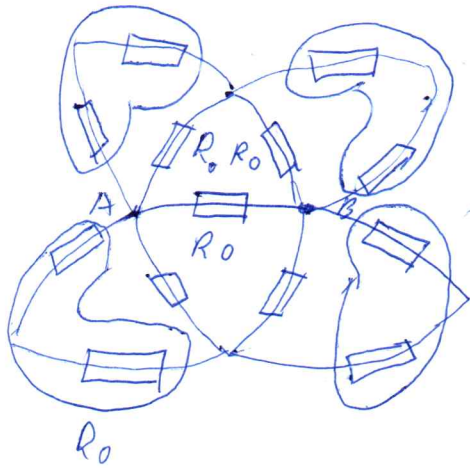
$$h_n = \frac{5 \text{ см}}{1 - \frac{\rho_n}{\rho_b}} = 50 \text{ см}$$

$$m_n \cdot \rho_n \cdot h_n \cdot S = 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 50 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 = 675 \text{ г}$$

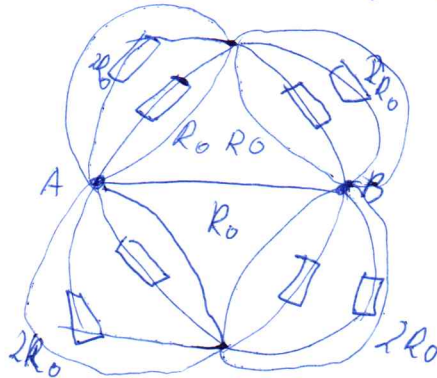
$$m_b = \rho_b (20 \text{ см} - h_n) \cdot S = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 20 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 = 1050 \text{ г}$$

Ответ: 675 г; 1050 г.

W7

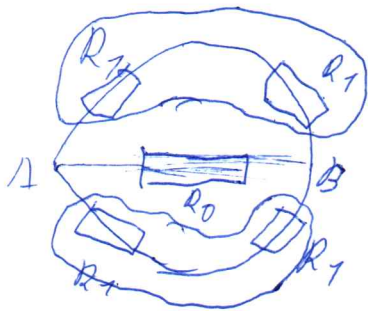


Обведённые стержни соединены последовательно, значит их можно объединить в 1 с сопротивлением в 2 раза больше



Обведённые стержни соединены параллельно, значит их можно соединить в 1 с общим сопротивлением R_1 :

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{2R_0} = \frac{3}{2R_0} \Rightarrow R_1 = \frac{2R_0}{3} = \frac{2}{3} \cdot 10 \text{ Ом} = \frac{20}{3} \text{ Ом}$$



Обведённые стержни снова соединены последовательно, значит новая картинка выглядит так:



Тогда искомое сопротивление конструкции R :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_0}$$

$$R = \frac{R_1 R_0}{R_1 + R_0} = \frac{\frac{20}{3} \text{ Ом} \cdot 10 \text{ Ом}}{\frac{20}{3} + 10 \text{ Ом}} = \frac{\frac{200}{3} \text{ Ом}}{\frac{50}{3}} = 4 \text{ Ом}$$

Ответ: 4 Ом.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр _____

Задание	1	2	3	4	5	6	7	Всего
Баллы								

Вариант _____

№5.

Дано:

$$V_0 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$V = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

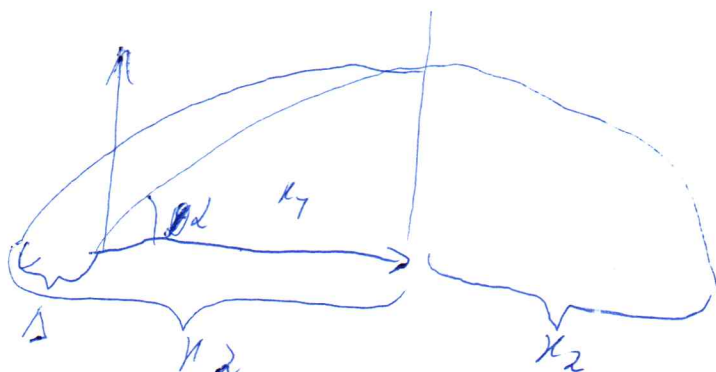
$$\alpha = 60^\circ$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти

Δ - ?

Решение.



t_1 - время полёта до вертикали

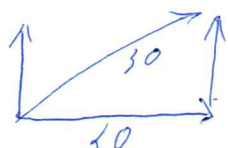
t_2 - после

x_1 - путь за t_1

x_2 - путь за t_2

$\Delta = x_1 + x_2$

$$V_x = V_0 \cdot \cos \alpha = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



$V_y = 10\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ - вертикальная скорость
на y в момент удара.

$$V_y(t_1) = V_0 \cdot \sin \alpha - g \cdot t_1$$

$$t_1 = \frac{V_0 \cdot \sin \alpha - V_y}{g} = \frac{40 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 10\sqrt{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} \approx 1,23 \text{ с}$$

$$x_1 = V_x \cdot t_1 = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t_1 \approx 40 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,23 \text{ с} = 24,6 \text{ м}$$

$$t = \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g} - \text{время полёта}$$

$$x_1 + x_2 = x_{\text{пол}} = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 \cdot V_0 \cdot \sin \alpha}{g} \approx 136,6 \text{ м}$$

$$x_2 = 136,6 \text{ м} - 24,6 \text{ м} = 114 \text{ м}$$

$$\Delta = x_2 - x_1 = 114 \text{ м} - 24,6 \text{ м} = 89,4 \text{ м}$$

Ответ: 89,4 м

