



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

73-04-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	3	8	13	2	0	15	3	55

Вариант 1

N1

Всего x техники в начале года

60% от $x = \frac{60}{100}x = \frac{6}{10}x = \frac{3}{5}x$ [если автобусов $\frac{3}{5}x$, то трамваев $x - \frac{3}{5}x = \frac{2}{5}x$]

# автобусов	# трамваев	
$\frac{3}{5}x$	$\frac{2}{5}x$	в начале года
$\frac{1}{5}(x+y)$	$\frac{4}{5}(x+y)$	весной
		осенью

Фев. весной добавили трамваев и # автобусов равно 20% от $x+y =$

$$= \frac{20}{100}(x+y) = \frac{1}{5}(x+y) \Rightarrow \# \text{ трамваев} = \frac{4}{5}(x+y)$$

автобусов не менялось $\Rightarrow \frac{3}{5}x = \frac{1}{5}(x+y) \Rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{1}{5}y \Rightarrow \boxed{2x=y}$

раскрыли и
перенесли

умножили на 5

Осенью добавили 2 автобусов теперь # автобусов = 60% от $x+y+z = \frac{3}{5}(x+y+z) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \# \text{ трамваев} = \frac{2}{5}(x+y+z) \quad \# \text{ трамваев не изменилось с весны} \Rightarrow \frac{4}{5}(x+y) = \frac{2}{5}(x+y+z)$$

$$\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}y = \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y + \frac{2}{5}z \Rightarrow \frac{2}{5}x + \frac{2}{5}y = \frac{2}{5}z \Leftrightarrow 2x + 2y = 2z \text{ так как } 2x = y, \text{ то } 3y = 2z$$

подведём итог:

$$2z = 3y = 6x$$

$$\boxed{z = 3x}$$

и $\boxed{y = 2x}$ значит $(x+y+z = x+2x+3x = 6x)$

было x , стало $6x$, значит # техники увеличилось в 6 раз.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

7307-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N2

$$2a-1 : p \text{ и } 3a-5 : p$$

$\Downarrow$

$$(2a-1)15 : p$$

$\parallel$

$$30a-15 : p$$

$\Downarrow$

$$(3a-5)10 : p$$

$\parallel$

$$30a-50 : p$$

Очевидно, что если $x : p$, то $xu : p$

Очевидно, что если $a : p$ и $b : p$, то $(a-b) : p$

$\Downarrow$

$$(30a-15) - (30a-50) : p$$

$\parallel$

$$30a-15-30a+50 : p$$

$$50-15 : p$$

$$35 : p$$

35 это 7 на 5

$\Downarrow$

$p = 7$ или 5 (1 не простое (и на множестве можно разложить 1 способом))



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73-07-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

разобьем все буквы на 4 группы: ^{N3} той паре даем остаток 1, остаток 2, остаток 3, остаток 4.

в 1 группе $\begin{array}{r} 2025 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{25} \\ 506 \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$ + последнее число дает остаток 1 итого 507 чисел

во 2 группе $\begin{array}{r} 2025 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{25} \\ 506 \end{array}$

в 3 группе $\begin{array}{r} 2025 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{25} \\ 506 \end{array}$

в 4 группе $\begin{array}{r} 2025 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{25} \\ 506 \end{array}$

разобьем буквы на пары так: 1с2, 3с4...
в каждой группе ~~будет 253 пары~~ ~~будет 253 пары~~ ~~будет 253 пары~~
итого во 2, 3 и 4 группах будет 253 пар, а значит если будет больше 253 классных в группе, то в какойто паре будет 2 классные, и теперь заметим, что между 2 подряд идущими буквами в группе будет расстояние 3

$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{array}$

а в 1 группе у нас 253 пар + 1 число значит если будет > 254 классных то найдётся 2 в паре и плохо.

итого у нас не больше $253 \cdot 3 + 254$ классных = 1013

Пример:

4 классных 4 классных 4 классных 1 классная

итого 2024 букв, то есть 1012 классных

если в группе (группа это 4 классных подряд) есть 2 буквы с расстоянием 3, то хотя бы 5 букв в группе $i \dots i$, а между группами всегда ≥ 4 буквы (между классными из разных групп)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 7307100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N4

~~Идея~~
поставим фигуры в порядке возрастания площади, тогда ~~1~~ $S_1 \geq 1$ очк, $S_2 \geq 2$ очк
не может по условию $S_3 \geq S_2 + 1 \geq 2 + 1$ $S_4 \geq S_3 + 1 \geq S_2 + 1 + 1 \geq 2 + 1 + 1 \dots$ так мы получаем что
 $S_i \geq i$, следовательно $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 + S_9 \geq 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$

Прямоугольник $= a \cdot b$ где a - ^{1 сторона} ~~длина~~, b - ^{2 сторона} ~~ширина~~.

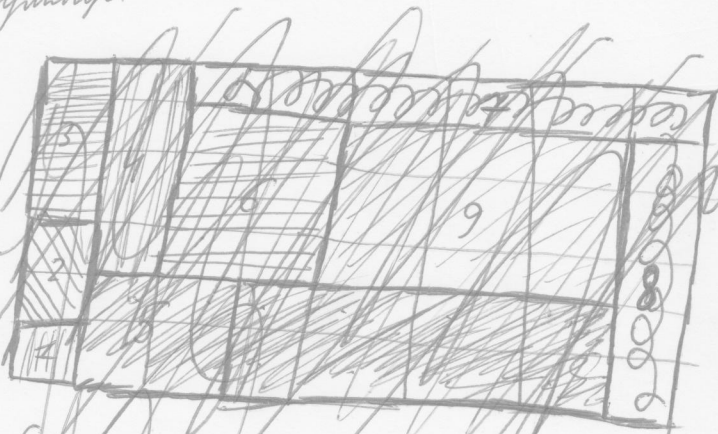
если $S = 45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$, то или a и b простые, или a и b , а $3 \cdot 3$ или $3 \cdot 5$ больше 8

если $S = 46 = 2 \cdot 23$, то или a и b будет 23, что уже явно больше 8

если $S = 47$ - простое $\Rightarrow$ или a и b будет 47, что больше 9

значит S хотя бы 48

пример:



$$S_2 = 8$$

$$S_8 = 4$$

$$S_2 = 1$$

$$S_9 = 12$$

$$S_3 = 7$$

$$S_4 = 2$$

$$S_5 = 6$$

$$S_6 = 3$$

$$S_7 = 5$$

$$S_1 = 1$$

$$S_2 = 8$$

$$S_3 = 7$$

$$S_4 = 2$$

$$S_5 = 6$$

$$S_6 = 3$$

$$S_7 = 5$$

$$S_8 = 4$$

$$S_9 = 12$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр В-07-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

он сбрасывает V равномерно то есть без u , V , t , V , t , V , t , V , t ...
 t - сколько времени бежит, K на сколько сбрасывает

разобьем весь его путь постепенного снижения скорости на бесконечное

n элементов длиной в равное время.

рассмотрим 1 и последний элемент в первом будет $V = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} + K$, в последнем $V = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} - K$ итого в среднем $V = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$, тогда самое где остальные элементы.

итого за разгон и сброс скорости он пробежал $\frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} \cdot 20 \text{ мин} \cdot 2 = (V_{\max} + V_{\min}) \cdot 20 \text{ мин}$.

за разминку - $2 \cdot V_{\min} \cdot 30 \text{ мин}$, - за активный бег - $V_{\max} \cdot 10 \text{ мин}$

итого: $V_{\min} \cdot 50 \text{ мин} + V_{\max} \cdot 30 \text{ мин}$ (разгон + сброс + активный бег) = $2000 \text{ м} \cdot 6 \text{ кругов}$

$$V_{\min} = 2,5 \text{ м/с} = 150 \text{ м/мин} = 9000 \text{ м/час} \Rightarrow 7500 / 50 \text{ мин}$$

$$7500 \text{ м} + V_{\max} \cdot 30 \text{ мин} = 12000 \text{ м}$$

$$V_{\max} \cdot 30 \text{ мин} = 4500 \text{ м}$$

$$V_{\max} = \frac{4500 \text{ м}}{30 \text{ мин}} = 150 \text{ м/мин}$$

$$V_{\max} = \frac{150 \text{ м/мин}}{60 \text{ сек}} = 2,5 \text{ м/сек}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73-07-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N6

ρ_1 в 2 раза >

ρ_2

ρ_3 на ^{массе} $0,5 \text{ г}$ 2 г 1 см^3

$$0,5 \text{ г} / \text{см}^3 = 500 \text{ г} / \text{см}^3 = 5 \text{ кг} / \text{м}^3$$

также $\rho_{\text{жидк}} = \text{сред. ариф. его частей}$

$$\frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3}{3} = 3000 \text{ кг} / \text{м}^3$$

||

$$\frac{\rho_3 + \rho_3 + 5 \text{ кг} / \text{м}^3 + 2 \rho_3 + 10 \text{ кг} / \text{м}^3}{3} = 3000 \text{ кг} / \text{м}^3$$

$$\frac{4}{3} \rho_3 + 5 \text{ кг} / \text{м}^3 = 3000 \text{ кг} / \text{м}^3$$

$$\frac{4}{3} \rho_3 = 2995 \text{ кг} / \text{м}^3$$

$$4 \rho_3 = 8985 \text{ кг} / \text{м}^3$$

$$\rho_3 = 2246,25 \text{ кг} / \text{м}^3$$

Ответ: $\rho_3 = 2246,25 \text{ кг} / \text{м}^3$



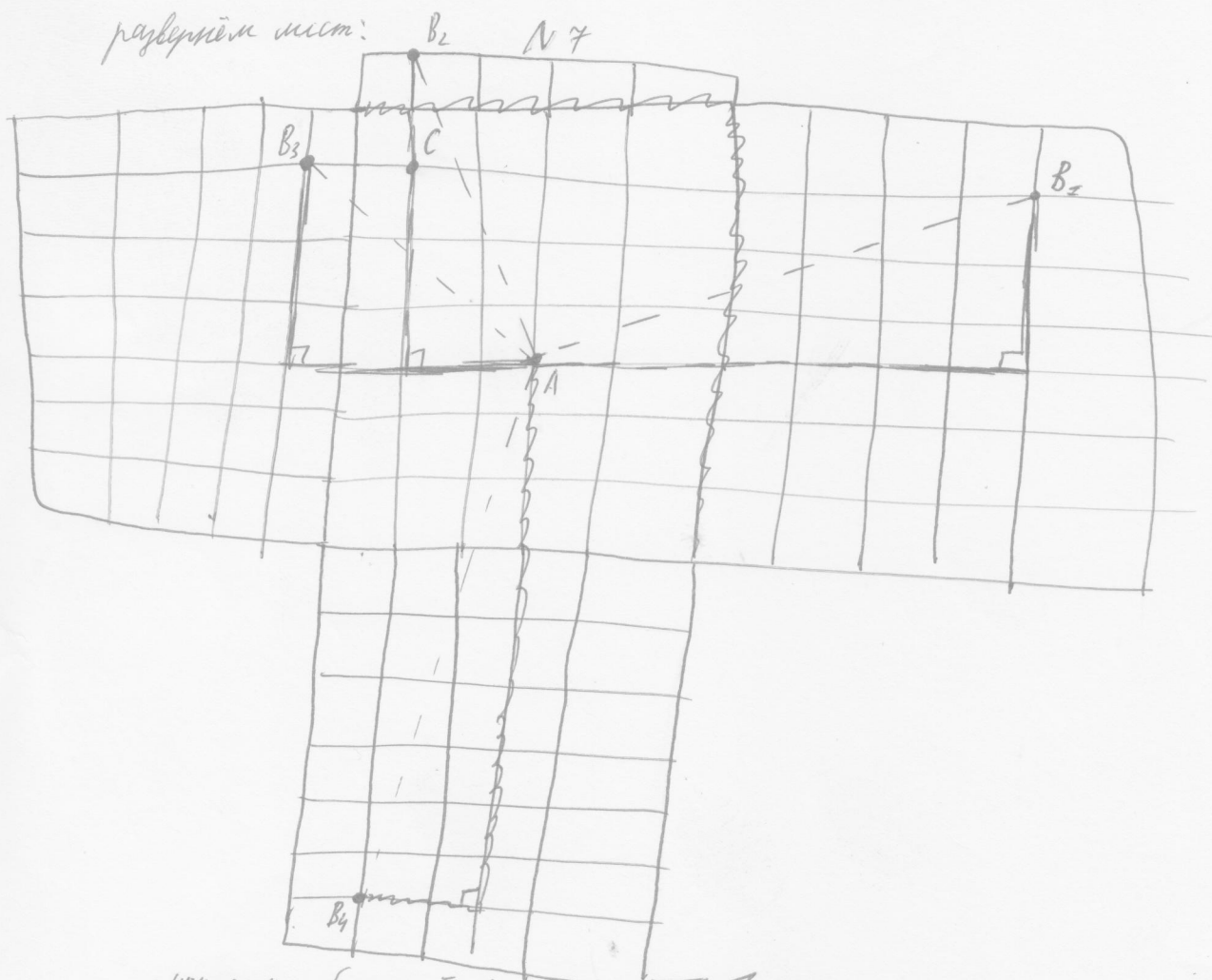
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73 07-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

развернем лист: № 7



• найдем быстрее всего:

заметим, что минимизирует расстояние: $AB_1; AB_2; AB_3; AB_4$



$$a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$AB_1 = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$$

$$AB_2 = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$$

$$AB_3 = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25}$$

$$AB_4 = \sqrt{81 + 4} = \sqrt{85}$$

Очевидно, что $\sqrt{k} < \sqrt{k+1}$, где k - натуральное

число
наименьшее расстояние - $AB_3 = \sqrt{25}$ см

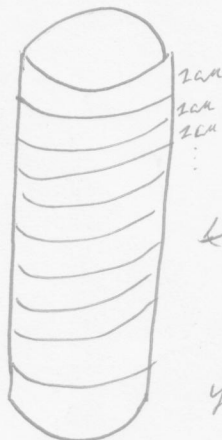


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 7307-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1
N8



или
← цилиндр

поделить на равные промежутки по 1 см, заметить, что
у этих частей равный $V \Rightarrow$ 0,6 от всего объема = 6 частей, что

по из условия $\Rightarrow \frac{8 \text{ см}}{5 \text{ см}^2} = \frac{6 \text{ см}}{\gamma}$ где $\gamma \neq$ где γ - плотность

Означает погружение
на 6 см
на глубине 6 см.

$$8\gamma = 30$$

$$\gamma = \frac{30}{8} = 3,75 \text{ г/см}^3 = 3750 \text{ кг/м}^3 - \text{плотность}$$

цилиндр перестанет тонуть когда плотность будет = плотности

$$\rho_{\text{цилиндра}} = 37,5 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho = 37,5 \text{ кг/м}^3$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 73-07-100

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

автомобилей

трамваев Вариант _____

$$\frac{3}{5}x$$

$$\frac{2}{5}x$$

всего - x техники вначале

y

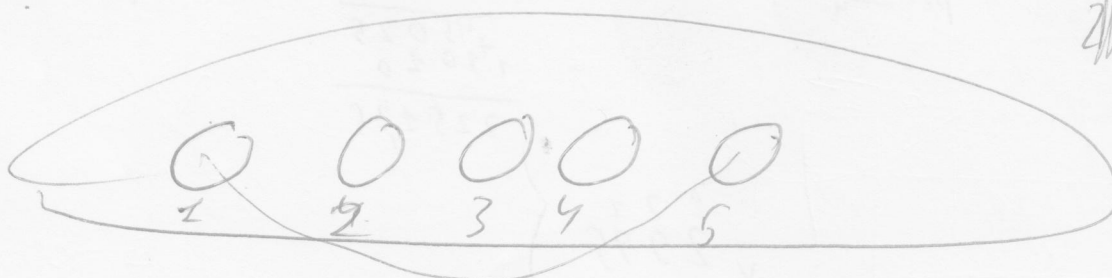
~~$\frac{2}{5}x$~~

$$\frac{2}{5}x + y = \frac{4}{5}(x + y)$$

$$\frac{1}{5}y = \frac{2}{5}x$$

$$y = 2x \quad (2)$$

$$\frac{2100}{25} = 84$$



4 группы:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$

(45)

(3.3.5)

46

47

(23) - простое

$$506 - 3 + 507$$

48

$$1500 + 18$$

$$2000 + 25$$

1 gen p_2 ~~1214~~ $0,52 \text{ m}^3$ $\rightarrow$

2 gen p_2 $\rightarrow$

3 gen $\langle 0,52 / \text{m}^3 \rangle$

$p_3 = ?$

$$\frac{p_1 + p_2 + p_3}{3} = 3000 \text{ m}^3$$

$$\frac{3p_2 + p_2 - 5 \text{ m}^3}{3} = 3000 \text{ m}^3$$

$$\frac{4}{3} p_2 - \frac{5}{3} \text{ m}^3 = 3000 \text{ m}^3$$

$$\frac{4}{3} p_2 = 3000 \frac{8}{3} \text{ m}^3$$

$$0,52 / \text{m}^3 = 5000,02 / \text{m}^3$$

$$\frac{4}{3} p_2 = \frac{9005}{3} \text{ m}^3 \quad 5 \text{ m}^3$$

$$4p_2 = 9005 \text{ m}^3$$

$$p_2 = \frac{9005}{4} \text{ m}^3$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \times 9005 \\ 25 \\ \hline 45025 \\ + 18010 \\ \hline 225125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 221 \\ \times 2995 \\ 3 \\ \hline 8985 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8985 \overline{) 4} \\ - 8 \\ \hline 09 \\ - 8 \\ \hline 19 \\ - 16 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \end{array}$$