

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	120	120	60 65	—	—	100	150	80	635

Вариант 2

N 1

$$x^2 + 2 = (y + z)^2 \quad (1)$$

$$y^2 + 1 = (x + z)^2 \quad (2)$$

$$z^2 + 1 = (x + y)^2 \quad (3)$$

$$(1) - (2) - (3) \Rightarrow$$

$$x^2 - y^2 - z^2 = -2x^2 + 2yz - 2xz - 2xy$$

$$3x^2 + 2xz + 2xy = y^2 + z^2 + 2yz$$

$$3x^2 + 2xz + 2xy = (z + y)^2$$

$$x^2 + 2 = (y + z)^2 \quad (1)$$

} $\Rightarrow$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2xz + 2xy = x^2 + 2$$

$$2x^2 + 2xz + 2xy = 2$$

$$x^2 + xz + xy = 1$$

$$x(x + y + z) = 1$$

$$x + y + z = \frac{1}{x}$$

$$(4) \quad y + z = \frac{1}{x} - x$$

$$x^2 + 2 = (y + z)^2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 = \left(\frac{1}{x} - x\right)^2$$

$$x^2 + 2 = \frac{1}{x^2} + x^2 - 2$$

$$4 = \frac{1}{x^2}$$

$$x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x > 0$$

$$\left. \begin{matrix} x^2 = \frac{1}{4} \\ x > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

1 1 1 9

(N1) Прохождение

$$(4) y+z = \frac{1}{x} - x = \frac{1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$z = 1,5 - y$$

$$y^2 + 1 = (0,5 + 1,5 - y)^2 \quad (2)$$

$$y^2 + 1 = 4 + y^2 - 4y$$

$$4y = 3$$

$$y = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$z = 1,5 - y = 1,5 - 0,75 = 0,75$$

Проверка: $x = 0,5 \quad y = 0,75 \quad z = 0,75$

$$\frac{1}{4} + 2 = (0,75 + 0,75)^2 \quad 2,25 = 2,25 \oplus$$

$$\frac{9}{16} + 1 = (0,5 + 0,75)^2 \quad \frac{25}{16} = \frac{25}{16} \oplus$$

$$\frac{9}{16} + 1 = (0,5 + 0,75)^2 \quad \frac{25}{16} = \frac{25}{16} \oplus$$

Ответ: $x = 0,5$
 $y = 0,75$
 $z = 0,75$

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N2

	До обеда	После обеда
1 кассир	$0,75x$	$1,2y$
2 кассир	x	y

$$0,75x + 1,2y - 110\%$$

$$1,75x + 2,2y < 250$$

$$x + y - 100\%$$

$$0,75x + 1,2y = 1,1x + 1,1y$$

$$0,1y = 0,35x$$

$$\boxed{y = 3,5x}, y \text{ целое} \Rightarrow x - \text{чётное}$$

$$1,75x + 2,2 \cdot 3,5x < 250$$

$$1,75x + 7,7x < 250$$

$$9,45x < 250$$

$$x \leq 26$$

$$9,45x - \text{целое}$$

$$x = 2 \quad 9,45x = 18,90 - \text{не целое} \ominus$$

$$x = 4 \quad 9,45x = 37,80 - \text{не целое} \ominus$$

$$x = 6 \quad 9,45x = 56,70 - \text{не целое} \ominus$$

3 из 9

N2 продолжение

$$x=8 \quad 9,45x = 75,60 - \text{не целое}$$

$$x=10 \quad 9,45x = 94,5 - \text{не целое}$$

$$x=12 \quad 9,45x = 113,40 - \text{не целое}$$

$$x=14 \quad 9,45x = 132,3 - \text{не целое}$$

$$x=16 \quad 9,45x = 151,2 - \text{не целое}$$

$$x=18 \quad 9,45x = 170,1 - \text{не целое}$$

$$x=20 \quad 9,45x = 189 - \text{целое } (+)$$

$$x=22 \quad 9,45x = 207,9 - \text{не целое}$$

$$x=24 \quad 9,45x = 226,8 - \text{не целое}$$

$$x=26 \quad 9,45x = 245,7 - \text{не целое}$$

Подождем только $x=20 \Rightarrow y = 3,5 \cdot 20 = 70$

$$0,45x + 1,2y = 0,75 \cdot 20 + 1,2 \cdot 70 = 15 + 84 = 99$$

Ответ: 99

N3

Многоугольники не содержащие точку A:

$$\overset{3}{C}_{2024} + \overset{4}{C}_{2024} + \dots + \overset{2024}{C}_{2024} = X$$

↑ ↑ ↑
многоугольники многоугольники многоугольники
из 3 вершин из 4 вершин из 2024 вершин

Многоугольники содержащие точку A:

$$\overset{2}{C}_{2024} + \overset{3}{C}_{2024} + \dots + \overset{4}{C}_{2024} = Y$$

↑ ↑ ↑
нужно из оставшихся 2024 вершин выбрать 2, чтобы
получился ~~треугольник~~ треугольник. Получится многоугольник из
3 вершин. многоугольник из 2025 вершин

$$Y - X = C_{2024}^2 = \frac{2024!}{2! \cdot 2022!} = \frac{2024 \cdot 2023}{2} = 2047276$$

Ответ: Больше многоугольников содержащих точку A на 2047276.

4 из 9

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№6

В момент времени t_0 мин вес лёг растаял,
(ноше высота не изменялась) $\Rightarrow$

$$m_1 + m_B = h \cdot S \cdot \rho_B \quad \text{из графика } h = \frac{120 + 110}{2} = 115$$

$$h = 115 \text{ (см)}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad V_1' = \frac{m_1}{\rho_B}$$

$$\frac{V_1^* - V_1'}{S} = \Delta h \quad \frac{m_1 \left(\frac{\rho_B - \rho_1}{\rho_B \rho_1} \right)}{S} = \Delta h$$

$$m_1 = \frac{\Delta h S \cdot \rho_B \rho_1}{\rho_B - \rho_1} = \frac{(120 - 115) \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 0,9}{1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 0,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}$$

$$m_1 = \frac{5 \cdot 15 \cdot 0,9 \text{ г}}{0,1} = 675 \text{ г}$$

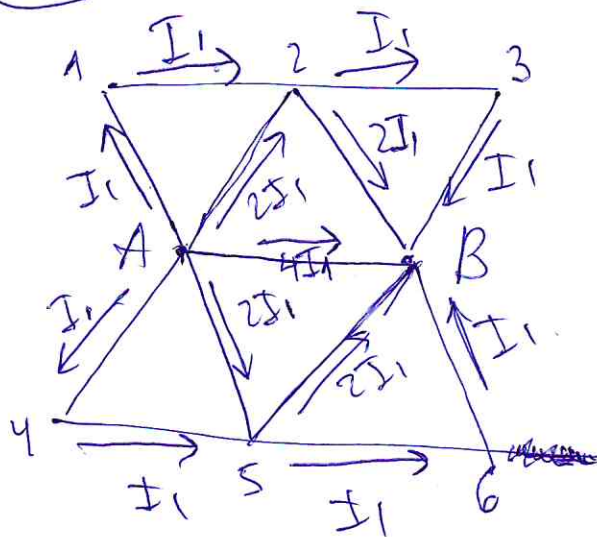
$$m_B = h \cdot S \rho_B - m_1 = 115 \text{ см} \cdot 15 \text{ см}^2 \cdot 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} - 675 \text{ г}$$

$$m_B = 1050 \text{ г}$$

Ответ: $m_B = 1050 \text{ г}$
 $m_1 = 675 \text{ г}$

543 9

№7



Конструкция симметрична
относительно $AB \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Токи тоже симметричны
относительно AB .

из A в 1 идёт ток I_1

$\Rightarrow$ из 1 в 2 тоже
идёт ток I_1

$$\varphi_{A2} = R_0 \cdot I_1 + R_0 \cdot I_1 = R_0 \cdot I_{A2}$$

$\uparrow$
между точками 2 и A.

$$2I_1 = I_{A2}$$

из 2 в 3 идёт ток I_2

$$\varphi_{2B} = I_2 R_0 + I_2 R_0 = I_{2B} \cdot R_0$$

$$I_{2B} = 2I_2$$

В точку 2 входим $3I_1$ и выходим $3I_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_1 = I_2$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{A2} + \varphi_{2B}$$

$$R_0 \cdot I_{AB} = 2I_1 \cdot R_0 + 2I_1 \cdot R_0$$

$$I_{AB} = 4I_1$$

$$R_{0\text{экв}} = \frac{U_{0\text{экв}}}{I_{0\text{экв}}} = \frac{4I_1 \cdot R_0}{2(I_1 + 2I_1) + 4I_1} = \frac{4R_0}{10} = 0,4R_0$$

$$R_{0\text{экв}} = 0,4 \cdot 8 \text{ Ом} = 3,2 \text{ Ом}$$

Ответ: 3,2 Ом.

649

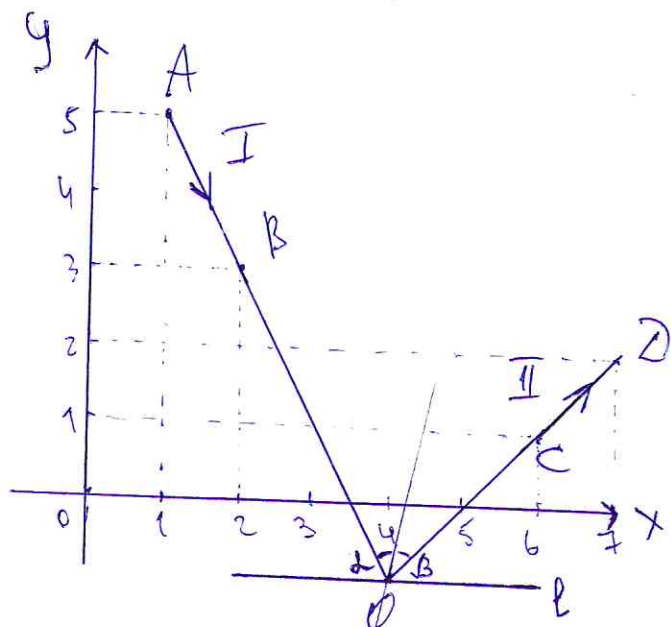
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№8

найдем пересечение 2-х прямых (I и II)



$$AB: Ax + By + C = 0$$

$$A(1) + B(5) + C = 0 \quad | \cdot 2$$

$$A(2) + B(3) + C = 0$$

$$-A + 2B = 0$$

$$A = 2B$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} &2A + 10B + 2C = 0 \\ &2A + 3B + C = 0 \end{aligned}$$

$$7B + C = 0$$

$$C = -7B$$

$$C = -7B$$

$$2Bx + By - 7B = 0$$

$$2x + y - 7 = 0$$

$$\boxed{y = -2x + 7}$$

7439

~~№~~ (№) продолжение

$$\text{CD: } Ax + By + C = 0$$

$$\begin{array}{rcl} \left(\begin{array}{l} A \cdot 6 + B \cdot 1 + C = 0 \\ A \cdot 7 + B \cdot 2 + C = 0 \end{array} \right) \cdot 2 \Rightarrow & \begin{array}{r} -12A + 2B + 2C = 0 \\ -7A + 2B + C = 0 \\ \hline 5A + C = 0 \\ C = -5A \end{array} \end{array}$$

$$Ax - Ay - 5A = 0$$

$$x - y - 5 = 0$$

$$\boxed{y = x - 5}$$

$$-2x + 7 = x - 5$$

$$12 = 3x$$

$$x = 4$$

$$y = x - 5 = 4 - 5 = -1$$

$$\Rightarrow O(4; -1)$$

Проведём прямую в направлении оси Ox .

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^\circ$$

$$\frac{180^\circ - \alpha - \beta}{2} = \frac{180^\circ - 45^\circ - 63^\circ}{2} = 36^\circ \quad (\text{угол падения равен углу отражения})$$

$$\text{Угол к горизонту: } \beta + 36^\circ = 45^\circ + 36^\circ = 81^\circ$$

Ответ: $O(4; -1); 81^\circ$

18 из 9

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$v_0 = 0,5 v_0 = 0,5 \cdot 30 \text{ км/ч} = 15 \text{ км/ч}$$

$$g = 2$$

$$\sqrt{4}$$

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ — 3 корня
 $f(g(x))$ — не имеет корней

$$g(x) = x^2 + 4x + 2024$$

$$x_0 = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

$$y_0 = 4 - 8 + 2024 = 2020$$

$\Rightarrow$ корни $f(x)$
меньше 2020

$$g(x) = 2024$$

$$2024 = x^2 + 4x + 2024$$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x+4) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -4$$

$$\sqrt{9439}$$

