



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы	5	12	13	10			

Вариант 2

максимум 40/50 баллов

Задача 1.

Посмотрим, сколько цифр всего,
в однозначных числах и 72 двузначных $\Rightarrow$

$$9 \cdot 1 + 72 \cdot 2 = 153 \text{ цифр.}$$

Посмотрим, сколько цифр останется после вычеркивания.
 $153 - 81 = 72$ цифр.

Чтобы добиться того, чтобы число было наибольшим,
нужно, чтобы в начале были как можно больше
цифры. Посчитаем сколько наших цифр в данной ряду.

цифра	кол-во	кол-во в одноцифр.	кол-во в двуцифр.
9	8	1	7
8	10	1	9
7	18	1	17
6	18	1	17
5	18	1	17
4	18	1	17
3	18	1	17
2	18	1	17
1	19	1	18

Запишем без 0, ведь
пытаться найти наибольшее
число

Для 9: впереди и в каждом
следующем десятии на 2 месте,
до 7 десятии (включительно)

Для 8: впереди и в одноцифр.
и в каждом после десятии до 7,
и в 8 десятии 2 раза на первом месте
в числе

Для 2 - 7: 1 в одноцифр. и
в каждом десятии до 7 (включительно),
по 1, а также в десятии с ней
на первом месте в числе 10 раз.

Для 1:
в одноцифр. 1 раз, в двуцифр.
в каждом десятии до 8 раз. 1 раз
и в одном десятии 10 раз

Продолжение Задача 1.

Но возникает проблема, мы не можем переставлять числа, а только интерпретировать
 то преобразуем таблицу, и посмотрим,
 Как стоит распределить цифры.
 Из сказанного мной выше, нужно поставить на
 первые места большие цифры, т.е. такую цифру 9
 Посмотрим, сколько максимум 9 может стоять
 в начале.

Если будет стоять 5 "9" подряд в начале, (от чисел 9, 19, 29, 39, 49,
 следовательно после них будут числа с 50 до 81, т.е. 32 числа
 или 64 цифры, но $5 + 64 < 72$ цифры $\Rightarrow$ не подходит

Если 4 "9" в начале подряд (от чисел 9, 19, 29, 39) по
 после них будут начинаться числа с 40 по 81 $\Rightarrow$ 42 числа, т.е.
 84 цифры. $4 + 84 > 72 \Rightarrow$ подходит. теперь найдем наилучший
 вариант:

9 9 9 9 ... Из варианта с 4 "9" было видно,
 что до 72 не хватило 3 цифры, пусть это будут
 наибольшие цифры 7, 8, 9, но также в этом варианте
 на 1 "9" меньше $\Rightarrow$ до следующей девятки нужно "добавить"
 4 цифры; для наилучшего результата возьмем наилучшие цифры
 5, 6, 7, 8.

Число очень большое, поэтому я его опишу:
 идут 4 "9", потом числа 5, 6, 7, 8, 9. а потом еще все числа,
 но начиная от 50 до 81. 9 9 9 9 5 6 7 8 9 10 11 ... 80 81
 Я могу сказать, что это наилучшее число из предыдущих
 утверждений.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

Задача 2.

Дано:

$\triangle ABC$

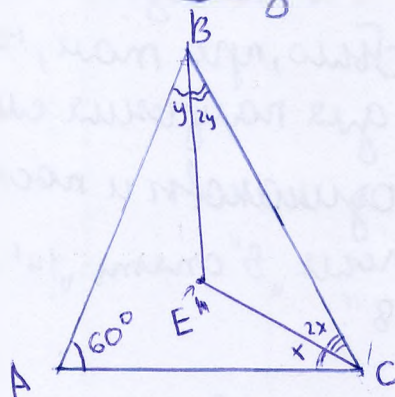
$\angle BAC = 60^\circ$

точка E

$\angle BCE = 2\angle ACE$

$\angle CBE = 2\angle ABE$

$\angle BEC = ?$



Решение:

Пусть $\angle ACE = x \Rightarrow \angle BCE = 2x$; Пусть $\angle ABE = y \Rightarrow \angle CBE = 2y$;

Рассмотрим углы треугольников $\triangle ABC$ и $\triangle CEB$.

$\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA = 60^\circ + 2y + 3x = 180^\circ$ (по св. сумме углов треугольника)

$\angle BEC + \angle ABC + \angle BCE = 180^\circ = \angle BEC + 2y + 2x$ (по св. сумме углов треугольника)

Рассмотрим сумму углов треугольника ABC, т.е. сумма = 180° , то

$3x + 3y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow 3x + 3y = 3(x+y) = 120^\circ \Rightarrow 120^\circ : 3 = x+y = 40^\circ$

Теперь рассмотрим $\triangle BEC$. $\angle BEC + 2y + 2x = 180^\circ = \angle BEC + 2(y+x) \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - 2(y+x)$, а $2(y+x) = 80^\circ \Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BEC = 100^\circ$

Ответ: $\angle BEC = 100^\circ$

125

Задача 3.

Рассмотрим данную последовательность и попробуем ее продлить; распишем как получается сл. число:

$$\begin{array}{ccccccc}
 4 & \rightarrow & 11 & \rightarrow & 8 & \rightarrow & 14 & \rightarrow & 20 & \rightarrow & \textcircled{8} & \leftarrow \text{н. ч.} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & \text{н. ч.} \\
 121 & & 64 & & 196 & & 400 & & & & & \text{в последовательности уже} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & \text{было, при том, что действие} \\
 1+2+1 & & 6+4 & & 14+6 & & 4+0+0 & & & & & \text{для получения следующего числа} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & & \text{одинаково и постоянно} \Rightarrow \\
 4+4 & & 10+4 & & 16+4 & & 4+4 & & & & & \text{после "8" идет "14", потом "20" и снова} \\
 & & & & & & & & & & & \text{"8"}
 \end{array}$$

Следовательно начинается повторяющаяся цепочка по 3 числа: 8, 14, 20, 8, 14, 20 и т.д.

Следуя из этого найдем ответ.

Какое число на 2024 месте? Посмотрим, что перед "8" стоит 2 числа, они не будут повторяться $\Rightarrow$ их вычитаем, они не важны: $2024 - 2 = 2022$. В этих 2022 местах числа будут повторяться, т.е. цикл состоит из чисел "8", "14", "20" разделим 2022 на 3, т.к. цикл в последовательности 3.

$$\begin{array}{r}
 2022 \overline{) 3} \\
 \underline{-18} \\
 22 \\
 \underline{-21} \\
 12 \\
 \underline{-12} \\
 0
 \end{array}$$

остатка нет $\Rightarrow$ эти числа как бы "целые", т.е. идут по 3 числа $\Rightarrow$ это будет число 20.

Ответ: число 20.

135



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

Задача 4.

Есть число $\frac{81!}{10^{81}}$, нужно посмотреть, найти
его максимальное сокращение

Для начала разложим 10 на простые множители

$10 = 2 \cdot 5 \Rightarrow 10^{81} = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \dots \cdot 2 \cdot 5$, при этом "2" - 81 штука,
"5" тоже 81 штука.

Сократятся числа, содержащие эти же множители,
т.е. которые: на 2 или 5

1) Сначала рассмотрим числа: на 5, т.е. оканчивающиеся
на 0 или 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80; - их 16 $\Rightarrow$
сократится 16 "5" в знаменателе, но останется 65
останутся там

2) Рассмотрим числа: на 2, т.е. они оканчиваются на 0, 2, 4, 6, 8
Это каждое 2 число $\Rightarrow$ 40 чисел. "Заберем" у них по 1 "2" $\Rightarrow$
40 "2" $\leftarrow$ множителей.

3) Рассмотрим числа: на 4, т.е. каждое $\downarrow$ четвертое
таких чисел 20, и опять "заберем" у них 1 "2" у каждого,
больше невозможно, т.к. все эти числа были в предыдущей
группе и двоек у них уже "уехали"

4) Рассмотрим числа: на 8, т.е. каждое второе число,
знают их 10, также возьмем из этих чисел по одному
множителю 2.

* вносится организатором олимпиады

Продолжение Задач 4

5) рассмотрим группу чисел: на 16, каждое 16 чисел $\Rightarrow$ таких чисел 5 и опять возмем ~~каждое~~ на 2. у каждого множителя 2.

Итак, продолжим:

Умножим на 2

6) Теперь рассмотрим группу чисел: на 32, их 2, а также "заберем" у каждого ^{одн} множителя "2"

7) Число: на 64 всего одно "возмем" у него 1 & "2"

Итак, была половина:

$\uparrow$ больше чисел

В числителе есть $(40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1) = 78$ ^{на 2, 128 чисел} множителей "2"

В результате $81 - 78 = 3 \in$ множитель ^{"2"} в знаменателе остался

и также 65 множителей 5, т.е. знаменатель равен:

$23 \cdot 5^{65}$ — 2 в третьей степени на 5 в 65 степени

Ответ: $23 \cdot 5^{65}$

100



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

Задача 46.

Дано:

$$a_1 = 10 \text{ саженей}$$

$$b_1 = 15 \text{ аршинев}$$

$$c_1 = 10 \text{ локтей}$$

$$a_2 = 4 \text{ локтя}$$

$$b_2 = 3 \text{ локтя}$$

$$51 \text{ метр} - \text{вся периметр}$$

$$5 \text{ м}^2 - 1 \text{ метр}$$

Найти: сколько окон?

СИ

$$18 \text{ м}$$

$$10,5 \text{ м}$$

$$5 \text{ м}$$

$$2 \text{ м}$$

$$1,5 \text{ м}$$

Решение:

$$51 \cdot 5 \text{ м}^2 = 255 \text{ м}^2 - \text{закрыли всего}$$

Посмотрим на площадь каждой
франк-сторони:

$$2(a \cdot c) + 2(b \cdot c) = 2(90 \text{ м}) + 2(52,5) =$$

$$= 180 \text{ м} + 105 \text{ м} = 285 \text{ м}^2 - \text{свободная терена}$$

$$\text{Убавим } 2 \cdot 1,5 \text{ м} = 3 \text{ м}^2 - \text{площадь окна,}$$

$$285 \text{ м}^2 > 250 \text{ м}^2 \text{ на } 30 \text{ м}^2 \Rightarrow 30 \text{ м}^2 \text{ свободна}$$

занять окна.

$$30 \text{ м}^2 : 3 \text{ м}^2 = 10 \text{ окон}$$

Ответ: 10 окон

10

Задача 5.

Дано:

$$a_1 = 2 \text{ м}$$

$$a_2 = 45 \text{ см}$$

$$b_1 = 80 \text{ см}$$

$$c_2 = 180 \text{ см}$$

$$v_{\text{жизн}} = 1050 \text{ л/мин}$$

$$\text{Найти: } t = ?$$

CU

$$200 \text{ см}$$

Решение:

$$V_1 = 200 \text{ см} \cdot 200 \text{ см} \cdot 200 \text{ см} = 8000000 \text{ см}^3 - \text{жид}$$

$$V_2 = 45 \text{ см} \cdot 80 \text{ см} \cdot 180 \text{ см} = 3600 \text{ см}^3 \cdot 180 \text{ см} = 648000 \text{ см}^3 - \text{жизн}$$

$$1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$$

$$8000000 \text{ см}^3 - 648000 \text{ см}^3 = 7352000 \text{ см}^3 -$$

Жидкость из организма.

$$7352000 \text{ см}^3 \cdot \frac{1}{1050} = 7352 \text{ л} - \text{жизн}$$

$$7352 \text{ л} : 1050 \text{ л/мин} = 7 \frac{2}{1050} = 7 \frac{1}{525} \text{ мин}$$

Округлим: $7 \frac{1}{525} \text{ мин} \approx 7 \text{ мин}$.

Ответ: за 7 мин.

108



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

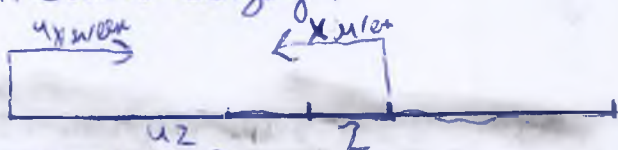
Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

Задача 7.

Дано: Две машины, чтобы поехать, нарисовали
схему. Пусть x Вовн-х

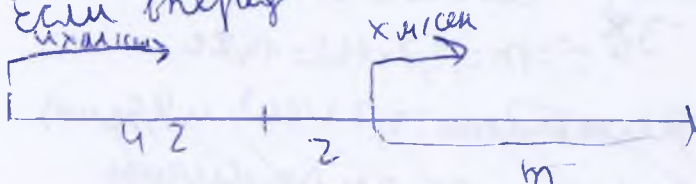
1) Если назад:



$$4x \cdot t = 4z, \quad x \cdot t = z \Rightarrow \text{расстояние от машины до точки в}$$

4 раза больше, чем от Вовн до начала пути, пусть
от начала пути до Вовн- z , значит от машины, до точки
расстояние $4z$.

2) Если вперед:



$$4x \text{ м/сек} \cdot t_1 = 5z + m$$

$$x \text{ м/сек} \cdot t_1 = m$$

Время одинаково, можно скорости делить,
незначительно и расстояние в 4 раза больше

$$\Rightarrow 5z + m = 4m \Rightarrow 5z = 3m \Rightarrow z = 3m : 5 = \frac{3}{5}m, \text{ и остальное}$$

$$\text{одно } m \Rightarrow \frac{3}{5}m + m = 1\frac{3}{5}m - \text{длина пути и проехали } \frac{3}{5}m \Rightarrow \frac{3}{5} : \frac{3}{5} =$$

$$= \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{3 \cdot 8}{8 \cdot 8} = \frac{3}{8} \text{ минуты.}$$

Ответ: $\frac{3}{8}$ минуты.

15

Дано:

$$\rho_{\text{ал}} = 2,72 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_{\text{м}} = 4,52 \text{ г/см}^3$$

$$\text{ал} = \frac{1}{4} \text{ м}$$

$$\text{но ал} = \frac{1}{4} \text{ в}$$

Найти в каком раз
отнес $\frac{1}{4} \text{ м}$ к $\frac{1}{4} \text{ в}$

Задача 2.

Решение:

$$m = \rho \cdot V, \text{ пусть } V_{\text{ал}} = x, \text{ а } V_{\text{м}} = y$$

$$2,72 \text{ г/см}^3 \cdot x = \frac{1}{4} \text{ м}, \text{ а } 4,52 \text{ г/см}^3 = \frac{3}{4} \text{ м} / \text{масса отнесена к 3 разам} \Rightarrow$$

$$\frac{2,72 \text{ г/см}^3 \cdot x}{4,52 \text{ г/см}^3 \cdot y} = \frac{1 \text{ м}}{3 \text{ м}}$$

А в этом раз:

$$\frac{1}{4} \text{ в} \text{ к } \frac{3}{4} \text{ в} \Rightarrow \frac{m: (2,72 \text{ г/см}^3 \cdot \frac{1}{4} \text{ в})}{m: (4,52 \text{ г/см}^3 \cdot \frac{3}{4} \text{ в})}$$

после отнесения
к 1

А в этом раз

$$2,72 \text{ г/см}^3 \cdot \frac{1}{4} \text{ в}$$

$$\frac{2,72 \text{ г/см}^3 \cdot x}{4,52 \text{ г/см}^3 \cdot y} = \frac{3 \cdot x}{5 \cdot y} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3 \cdot 5x}{5 \cdot 9y} \Rightarrow \frac{2,72 \text{ г/см}^3 \cdot 5x}{4,52 \text{ г/см}^3 \cdot 9x}$$

А сейчас

$$\frac{1}{3} \text{ в} \text{ отнесена к } \frac{3}{4} \text{ в} \text{ или } \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\frac{2,72 \text{ г/см}^3 \cdot 1x}{4,52 \text{ г/см}^3 \cdot 3x} \Rightarrow m = 2,7 \cdot 15,5 = 46,22$$

Далее рассмотрим $2,72 \text{ г/см}^3$ и $4,52 \text{ г/см}^3$
масса отнесена к нормам отнесения:

$$\frac{1x}{5y} \cdot \frac{5x}{5y} = \frac{1x}{3y} \Rightarrow \frac{1x}{3y} \Rightarrow \text{масса к } \frac{2}{3} x \text{ отнесена}$$

$$\frac{1x}{12y} \Rightarrow 12 \frac{1}{3}$$

46,22: Объем отнес

$$\text{или } 12 \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{9} = 12 \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{9}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* 27-07-02

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 2

Презаменит

$$m: 1$$
$$m: \frac{4}{3} 1\frac{2}{3} = ? = 6\frac{4}{3} 1\frac{2}{3}$$

Ответ: $6\frac{4}{3} 1\frac{2}{3}$

10

