

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	7	2	10	10	15	15	(83)

Вариант 2

НН (продолжение)

Тогда у нас останется $18 - 5 = 13$ чисел, кр. 5
(так как из кратных 5 вычтено 5 кратных 3)
НА

По стандарту:

т.е. $m_a = 0,25m$ $m_{m,1} = 0,75m$
 $V_{a,1} = \frac{0,25m}{\rho_{au}}$ $V_{m,1} = \frac{0,75m}{\rho_m}$

$$\rho_{cp,1} = \frac{m_a + m_{m,1}}{V_{a,1} + V_{m,1}} = \frac{m}{\frac{0,25m}{\rho_{au}} + \frac{0,75m}{\rho_m}} = \frac{m}{\frac{0,25m\rho_m}{\rho_{au}\rho_m} + \frac{0,75m\rho_{au}}{\rho_{au}\rho_m}} =$$

$$= \frac{m}{\frac{m(0,25\rho_m + 0,75\rho_{au})}{\rho_m\rho_{au}}} = \frac{\rho_m\rho_{au}}{0,25\rho_m + 0,75\rho_{au}}$$

С ошибкой:

т.е. $m_{a,2} = 0,25V_{\rho_{au}}$ $m_{m,1} = 0,75V_{\rho_m}$
 $V_{a,2} = 0,25V$ $V_{m,2} = 0,75V$

$$\rho_{cp,2} = \frac{m_{a,2} + m_{m,1}}{V_{a,2} + V_{m,2}} = \frac{0,25V\rho_{au} + 0,75V\rho_m}{V} = 0,25\rho_{au} + 0,75\rho_m$$

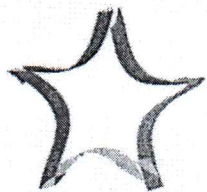
$$\frac{\rho_{a2}}{\rho_{a1}} = \frac{0,25 \rho_{an} + 0,75 \rho_m}{\rho_m \cdot \rho_a} = \frac{(0,25 \rho_{an} + 0,75 \rho_m)(0,25 \rho_m + 0,75 \rho_a)}{\rho_m \rho_a} =$$

$$= \frac{0,25 \rho_m + 0,75 \rho_a}{\rho_m \rho_a} = \frac{0,675 \rho_m + 3,375}{1,125 + 2,025} =$$

$$= \frac{4,05 \cdot 3,15}{12,15} = \frac{12,7575}{12,15} = 1,05$$

Omben: 6 1,05 pag.

✓



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N5

Дано:

$$a_{\text{уда}} = 2 \text{ м.}$$

$$a_{\text{я}} = 45 \text{ см.} = 0,45 \text{ м.}$$

$$b_{\text{я}} = 80 \text{ см.} = 0,8 \text{ м.}$$

$$c_{\text{я}} = 180 \text{ см.} = 1,8 \text{ м.}$$

$$v_{\text{в}} = 1050 \frac{\text{м}}{\text{мин.}} = \frac{105 \text{ м}^3}{\text{мин.}} = 1,05 \frac{\text{м}^3}{\text{мин.}}$$

t - ?

Решение!

$$V_{\text{уда}} = a_{\text{уда}}^3 = 2^3 = 8 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{я}} = a_{\text{я}} \cdot b_{\text{я}} \cdot c_{\text{я}} = 0,45 \cdot 0,8 \cdot 1,8 = 0,648 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{в}} = V_{\text{уда}} - V_{\text{я}} = \text{объём, занимаемый водой} = 8 - 0,648 = 7,352 \text{ м}^3$$

$$V_{\text{в}} = t \cdot v_{\text{в}} \Rightarrow t = \frac{V_{\text{в}}}{v_{\text{в}}} = \frac{7,352}{1,05} = \frac{735,2}{105} \approx 7 \text{ мин.}$$

Ответ: $t \approx 7 \text{ мин.}$

N3

Продолжим последовательность и найдем
выбывающие закономерности:

$4 \rightarrow 4^2 \rightarrow 16 \rightarrow 7 \rightarrow 11 \rightarrow 11^2 \rightarrow 121 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 64 \rightarrow 10 \rightarrow$
 $\rightarrow 14 \rightarrow 196 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 400 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 64 \rightarrow 10 \dots$

Циклы: $4; 11; 8; 14; 20$

Плюс: $2024 - 2$ (так как 2 первых элемента не входят в
цикл) = $2022 : 2022 : 3 = 674$ (остатка нет) т.е.

последний член будет 20

Ответ: 20

N4

$$10^n = 2^k \cdot 5^m \quad k, m, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Значит, надо в числе $81!$ найти все 2 и
все 5 и сократить на получившееся 10.

Также надо найти все десятки и
попытаться, делит ли десятикратно
на них. Например, на числа 30, 60 и на вообще
все числа, кратные 3 и 5 не делится.

$[81 : 5] = 15$ - чисел, кратных 5 один раз

$[15 : 5] = 3$ - чисел, кратных 5 два раза

$15 + 3 = 18$ чисел, кратных 5, очевидно, что кратных 2

больше, но некоторые числа нам не понадобятся,

например те которые кратны 3, 7, 11, 13:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60,
63, 66, 69, 72, 75, 78, 81.

N6

Дано:

$$a = 10 \text{ сагений} = 18 (\text{м})$$

$$b = 15 \text{ ширинов.} = 10,5 (\text{м})$$

$$c = 10 \text{ локтей} = 5 (\text{м})$$

$$S_{\text{окн.}} = 4 \cdot 3 \text{ локтей}^2 = 2 \cdot 1,5 \text{ м}^2 = 3 \text{ м}^2$$

$$S_{\text{стен}_1} = c \cdot a = 5 \cdot 18 \text{ м}^2 = 90 \text{ м}^2$$

$$S_{\text{стен}_2} = b \cdot c = 10,5 \cdot 5 = 52,5 \text{ м}^2$$

$$S_{\text{стен}} = 2 S_{\text{стен}_1} + 2 S_{\text{стен}_2} = 2 \cdot 90 + 52,5 \cdot 2 = 180 + 105 = 285 \text{ м}^2 \quad \checkmark$$

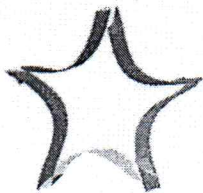
Краски хватит на: $51 \cdot 5 = 255 \text{ м}^2$, т.е. такую площадь не зачищают окна. Тогда:

$$285 - 3x = 255$$

$$30 = 3x$$

$$x = 10, \text{ где } x = \text{кол-во окон}$$

Ответ: 10 окон ✓



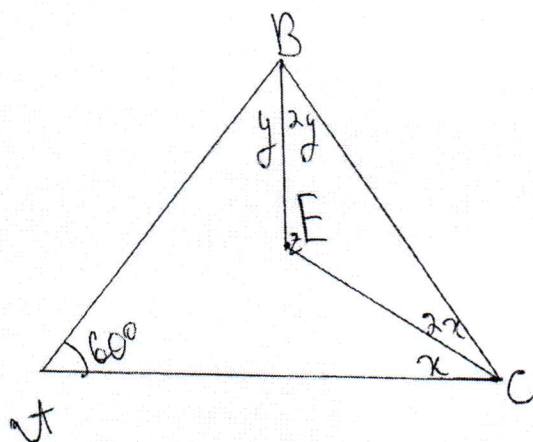
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 39-07-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N2



$\angle BAC = 60^\circ$ - по ус.

Пусть $\angle CBE = 2y$,
тогда $\angle EBA = y$

Пусть $\angle BCE = 2x$,
тогда $\angle ECA = x$

Сумма углов треугольника равна 180° ,
тогда $60^\circ + y + 2y + x + 2x = 180^\circ \Rightarrow$

$3y + 3x = 120^\circ \Rightarrow y + x = 40^\circ$. Пусть
 $\angle BEC = z$, тогда $2y + 2x + z = 180^\circ$

$$\begin{cases} y + x = 40^\circ \\ 2y + 2x + z = 180^\circ \end{cases}$$

$$2y + 2x = 80^\circ$$

$$80^\circ + z = 180^\circ$$

$$z = 100^\circ$$

Ответ: $\angle BEC = 100^\circ$

Очевидно, что всего цифр в числе $(81-9) \cdot 2 + 9 =$
 $= 153$. Вычеркнув 81 цифру цифр останется
 $153 - 81 = 72$ т.е. у нас получится 72-значное
 число. Самое большое 72-значное число
 число, состоящее из 72 девяток, значит,
 необходимо сделать так, чтобы в начале
 числа стояло ~~больше~~ как можно больше девяток.

Первая девятка в числе стоит после 8 цифр,
 все последующие - после 19. Тогда
 $8 + 19x = 81$, где $x \in \mathbb{N}$

$$19x = 73$$

~~max~~ макс. зн. $x=3$

$19 \cdot 3 = 57$ $73 - 57 = 16$ т.е. после 3-его
 вычеркивания 19 цифр ~~мы~~ нужно вычеркнуть
 ещё 16. Но 16-е число - 4, что нам не подходит,
 тогда вычеркнем 15 цифр и нам будет 7, а
 потом ещё 16-ую четвёрку и получится число:
 9999784950515253545556575859606162
 63646566676869707172737475767778798081

это и есть ответ.