



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-ЕН-11-168

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	3	6	10	8	10	15	75

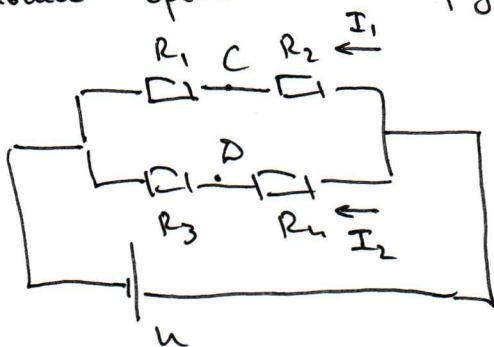
Хв

Вариант 2

М

№6 Через большое время ток через конденсатор не течёт

Дил. Схема:



$$\begin{cases} I_1(R_1 + R_2) = U \\ I_2(R_3 + R_4) = U \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2}$$

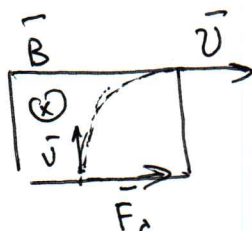
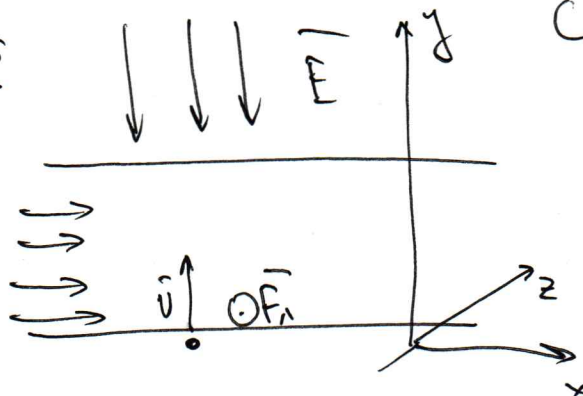
$$I_2 = \frac{U}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{Q}{C} = |\varphi_C - \varphi_D| = |I_1 R_1 - I_2 R_3| = \left| U \frac{R_1}{R_1 + R_2} - U \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = C \left| U \frac{R_1}{R_1 + R_2} - U \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right| = 420 \cdot 0.5 \left| \frac{2}{3} - \frac{4}{7} \right| = \frac{420 \cdot 2}{21} \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ Кн}$$

NS

Сброс:



К моменту входа в магн. поле скорость частицы не будет иметь составляющей, напр. по Oy , т.к. за достигн. макс. высоту полёта.

h - радиус окружности, четверть которой пройдёт частицей $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m \frac{v^2}{h} = qvB \Rightarrow v = \frac{qBh}{m} \Rightarrow \omega = \frac{qB}{m} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi m}{2qB}$$

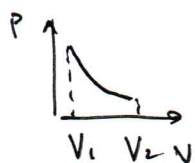
и этому моменту времени част. была в эл. поле

Уск. част. в эл. поле: $a = \frac{qE}{m}$

Ур-ние равноус. двим.: $h = \frac{at_2^2}{2} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2hm}{qE}}$

$$T_2 = t_1 + t_2 = \frac{\pi m}{2qB} + \sqrt{\frac{2hm}{qE}}$$

57 Работа в изотерм. процессе:



$$dA = p dV = \nu RT \frac{dV}{V} \Rightarrow A = \nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Всё же изотерм. процесс: 1 ($T_1; V_1$); 2 ($T_2; 3V_1$); 3 ($T_1; 3V_1$)

$$|A_{31}| = \nu RT_1 \ln(3)$$

т.е. в процессе 1-2 $T_2 = kV^2$, $T_1 = kV_1^2$; $T_2 = 9kV_1^2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow T_2 = 9T_1$$

$$|A_{12}| = 3,64 \nu RT_1 \ln(3)$$

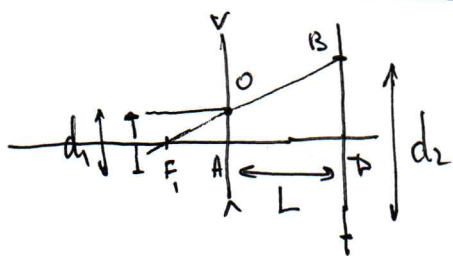
Значит, полная работа цикла $A = |A_{12}| - |A_{31}| = 2,64 \nu RT_1 \ln(3)$
(т.е. в процессе 2-3 работа не совершается)

Тепло пойдёт только на участке 1-2 (т.е. работа положительная и темп. ↑) $\Rightarrow Q_+ = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + A_{12} =$

$$= 12 \nu RT_1 + 3,64 \nu RT_1 \ln(3) = \nu RT_1 (12 + 3,64 \ln(3))$$

Эффект $\eta = \frac{A}{Q_+} = \frac{2,64 \ln(3)}{12 + 3,64 \ln(3)}$

58

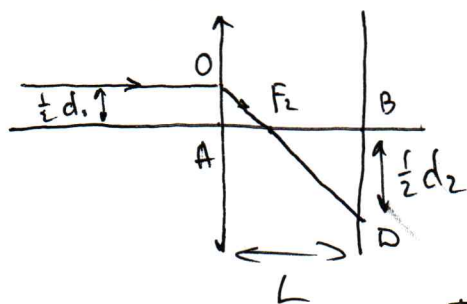


Треуг. $\triangle F_1OA$ и $\triangle F_1BA$ подобны (т.к. эпар. направления имеют) $\Rightarrow \frac{AF_1}{F_1D} = \frac{OA}{BA} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_1 + L} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow L d_1 = F_1 (d_2 - d_1) \Rightarrow L =$$

$$= F_1 \frac{d_2 - d_1}{d_1} = \frac{1}{5} \frac{d_2 - d_1}{d_1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{6} = 0,2 \text{ (м)}$$

Собир. линза:



$\triangle AOF_2 \sim \triangle BDF_2$ (т.к. эпар. направления имеют) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{AF_2}{F_2B} = \frac{AO}{BD} \Rightarrow \frac{F_2}{L - F_2} = \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow F_2 (d_2 + d_1) = L d_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{L d_1}{d_2 + d_1} = \frac{0,2 \cdot 6}{12 + 6} = \frac{0,2}{3} = \frac{1}{15} \text{ (м)}$$

т.е. $D_c = \frac{1}{F_2} = 15 \text{ диоп}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр

10-24-11-108

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

21 $7\sqrt{2-\log_3 x} - 3|2\log_3 x - 5| \leq 7\log_3 x - 3|2\sqrt{2-\log_3 x} - 5|$
 $t = \log_3 x : 7\sqrt{2-t} - 3|2t-5| \leq 7t - 3|2\sqrt{2-t}-5|$
 $7\sqrt{2-t} + 3|2\sqrt{2-t}-5| \leq 7t + 3|2t-5|$

$$f(x) = 7x + 3|2x-5|$$

Возм. старш. коэф: $\begin{cases} 7-6=1 \\ 7+6=13 \end{cases} \Rightarrow \text{все} > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) \uparrow$

$$f(\sqrt{2-t}) \leq f(t) \Rightarrow \sqrt{2-t} \leq t$$

(+)

$$\begin{cases} 0 \leq t \leq 2 \\ 2-t \leq t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq 2 \\ t^2+t-2 \geq 0 \end{cases} \quad \underline{t = 1+8=9}$$

Нужн: $t = \frac{-1+3}{2} = 1$ и $t = \frac{-1-3}{2} = -2$ $\xrightarrow{-2 \quad 1 \quad t}$

$$\begin{cases} 0 \leq t \leq 2 \\ t \leq 2 \\ t \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{1 \leq t \leq 2} \Rightarrow 1 \leq \log_3 x \leq 2 \Rightarrow \underline{3 \leq x \leq 9}$$

Ответ: $x \in [3; 9]$.

23 $f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b$ монот. для всех x , т.е.

① $a \geq 0; b \geq 0$

② При $a \neq 0 = 0$ $3a+1=0$, что не выполн. $\Rightarrow \underline{a > 0}$

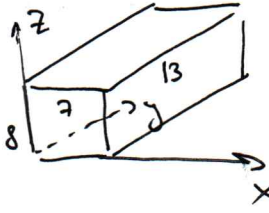
③ ~~$f_{\min} = \frac{D}{4a} = \frac{(3a+1)^2 - 4ab}{4a} = \frac{9a^2 + 6a + 1 - 4ab}{4a} \geq 0$~~

~~$\frac{9a^2 + 6a + 1 - 4ab}{4a} \leq 0 \Rightarrow 9a^2 + 6a + 1 - 4ab \leq 0$~~

~~$9a^2 + a(6-4b) + 1 \leq 0 \quad \Delta = 36 - 48b + 16b^2 - 36 = 16b(b-3)$~~

③ Заметим, что, полагая $x=1$, получим: $4a+b+1 = f(1)$
 т.е. функция $f(x)$ неотриц., $f(1) \geq 0 \Rightarrow 4a+b+1 \geq 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 4a+b \geq -1$ ~~Ответ: ≥ 1~~ Будет произведение на мере 3

N4



по ОХ и по ОУ проходят 7 кубиков, т.е. $\frac{7}{8}$ кубика по горизонт. за 1 кубик по верт. и $\frac{7}{13}$ куб. за 1 кубик по оси y. По верт. а и по ОУ проходят $\frac{8}{13}$ куб. за 1 кубик по оси y

Будем считать за поперек и по мере збик.

x	y	z	проткнуто
$\frac{7}{13}$	1	$\frac{8}{13}$	1
	$\frac{13}{8}$	1	2
1	$\frac{19}{13}$	$\frac{14}{13}$	3
$\frac{20}{13}$	2	$\frac{21}{13}$	4
$\frac{25}{13}$	$\frac{31}{13}$	2	8
2	$\frac{32}{13}$	$\frac{27}{13}$	6

~~7/8~~
~~13/8~~
~~19/13~~
~~20/13~~
~~25/13~~
~~31/13~~
~~32/13~~
~~27/13~~

Умножить не нужно

x	y	z	проткнуто
1	$\frac{13}{7}$	$\frac{8}{7}$	3
$\frac{14}{13}$	2	$\frac{16}{13}$	4
$\frac{14}{8}$	2	$\frac{26}{8}$	6
2	$\frac{26}{7}$	$\frac{16}{7}$	7
$\frac{28}{13}$	4	$\frac{32}{13}$	8
$\frac{21}{8}$	3	$\frac{33}{8}$	9
3	$\frac{33}{7}$	$\frac{24}{7}$	11
$\frac{28}{8}$	4	$\frac{32}{8}$	13
4	$\frac{32}{7}$	$\frac{32}{7}$	15
$\frac{35}{8}$	5	$\frac{40}{8}$	17
$\frac{38}{7}$	6	$\frac{40}{7}$	19
$\frac{42}{8}$	7	$\frac{48}{8}$	20
$\frac{70}{13}$	10	$\frac{80}{13}$	21
6	$\frac{48}{7}$	$\frac{48}{7}$	23
$\frac{43}{8}$	7	$\frac{91}{8}$	24
$\frac{84}{13}$	12	$\frac{96}{13}$	25
7	13	8	

Видно, что перекрывается на 1

Ответ: 25 кубиков

N2

Всего вариантов раскраски: $3^{6 \cdot 14} = 3^{84}$
 Чтобы получился нужный вариант, красим все диагонали в серый. Вариантов сделать это 2. Каждая из оставшихся $3 \cdot 14 = 42$ клеток либо черная, либо белая, т.е. подходящих раскрасок $2 \cdot 2^{42} = 2^{43} \Rightarrow$

$$P = \frac{2^{43}}{3^{84}}$$

(+)

Ответ: $\frac{2^{43}}{3^{84}}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 10-ЕМ-168

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

N3 (урог.)

~~необходимо~~ Заметим, что при $4a+b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ что противоречит сведением, что $f(x)$ неотр. для всех x .

$$y_0 = -\frac{D}{4a} = -\frac{(3a+1)^2 - 4ab}{4a} = -\frac{9a^2 + 6a + 1 - 4ab}{4a} \geq 0$$

$$\frac{9a^2 + 6a + 1 - 4ab}{4a} \leq 0 \Rightarrow (\text{так } a > 0) \quad 9a^2 + 6a + 1 - 4ab \leq 0$$

$$9a^2 + a(b-4b) + 1 \leq 0 \quad \Delta = 36 - 4b + 16b^2 = 36 = 16b(b-3)$$

$$a_0 = \frac{4b-6 \pm \sqrt{16b(b-3)}}{18}; \quad \frac{4b-6 - 4\sqrt{b(b-3)}}{18}$$

Значит, минимальное $a =$

$$\text{Из условия, } \underline{b \geq 3} \Rightarrow a_{\min} = \frac{12-6}{18} = \frac{1}{3}$$

Значит, $4a+b$ минимально при

$$a = \frac{1}{3}; \quad b = 3 \Rightarrow \underline{4a+b \geq \frac{13}{3}}$$

Ответ: $\frac{13}{3}$. $\frac{13}{3}$.

