

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* А-78-11-04

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант _____

✓ 1. Дано:

$$\gamma = 54,6 \text{ мм.км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$M_z = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$x = ?$

Решение: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $F_z + F_M = 0$

$$x: F_z = F_M$$

$$G \frac{m M_z}{x^2} = G \frac{m M_M}{(\gamma - x)^2}$$

$$M_z (\gamma - x)^2 = M_M x^2$$

$$M_z (\gamma^2 - 2\gamma x + x^2) = M_M x^2$$

$$M_z \gamma^2 - 2\gamma x M_z + M_z x^2 = M_M x^2$$

$$x^2 (M_M - M_z) + 2\gamma M_z x - M_z \gamma^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$$

$$\frac{D}{4} = (\gamma M_z)^2 + \gamma^2 M_z (M_M - M_z)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a}$$

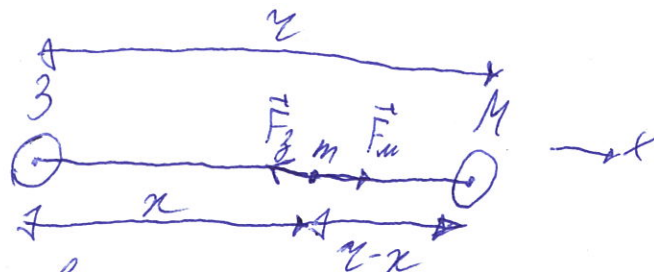
$$x = \frac{-\gamma M_z \pm \sqrt{(\gamma M_z)^2 + M_z \gamma^2 (M_M - M_z)}}{M_M - M_z}$$

Подставив значения: $M_M - M_z$

$$x = 81,1 \cdot 10^9 \text{ м} > \gamma$$

$$x = 41,16 \cdot 10^9 \text{ м} \checkmark$$

Ответ: $x = 41,16 \text{ мм.км.}$



Поставим тело массой m на в точке
координаты, а расстояние до этой точки от
земли обозначим x м, тогда

* вносится организатором олимпиады

- не удовл. усл., т.к. уравнивание Земли должно
уравниваться уравнивающей массой => точка
должна лежать ~~на~~ на прямой между телами,
а в данном случае она уходит за море, что
нам не подходит

№2. Дано:

$$R = 3430 \text{ км} = 3430000 \text{ м}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$ Решение: Пусть на поверхности Марса находится тело, массой m , тогда:

$$mg = G \frac{mM}{R^2}$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

$$g = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{3430^2 \cdot 10^6 \text{ м}^2} = 3,63 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

Ответ: $g = 3,63 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$

№4. Дано:

$$h = R_{\text{м}} = 3430 \text{ км} = 3430000 \text{ м}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

Решение: Пусть считаем массу m тогда:

$$A_1 = A_2 = mg_{\text{м}}(h+R) - R = mg_{\text{м}}h$$

$$F = G \frac{mM}{(R_{\text{м}}+h)^2}$$

$$A = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha = 2\sqrt{2}$$

$$m a_{\text{н}} = F$$

$$\frac{mv^2}{(R_{\text{м}}+h)} = G \frac{mM}{(R_{\text{м}}+h)^2}$$

$$A_2 = A_3 = F \cdot 2 \cos \alpha = G \frac{mM}{(R_{\text{м}}+h)^2} \cdot 2\sqrt{2} (R_{\text{м}}+h) = \frac{2\sqrt{2} G m M}{R_{\text{м}}+h}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{mg_{\text{м}}}{G \frac{mM}{R_{\text{м}}^2}}$$

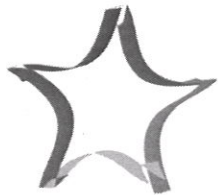
$$g_{\text{м}} = G \frac{M}{R_{\text{м}}^2}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{m \cdot G \frac{M}{R_{\text{м}}^2} \cdot h}{R_{\text{м}}}}{\frac{2\sqrt{2} G m M}{R_{\text{м}}+h}} = \frac{h(R_{\text{м}}+h)}{2\sqrt{2} R_{\text{м}}^2} = \frac{2 R_{\text{м}}^2}{2\sqrt{2} R_{\text{м}}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (h = R_{\text{м}})$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,71$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 0,71$





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр* А-78-11-04

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант _____

№5. Дано:

$$v = 12 \text{ км/с} = 12 \cdot 10^3 \text{ м/с}$$

$$S = 54,6 \text{ мм.км} = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

t - ?

$$t = \frac{S}{v}$$

$$t \approx 53 \text{ мкс}$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^9 \text{ м}}{12 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с}$$

Ответ: $t = 4,55 \cdot 10^6 \text{ с} = 4,55 \text{ Мс}$.

№3. Дано:

$$v = 10 \text{ км/с}$$

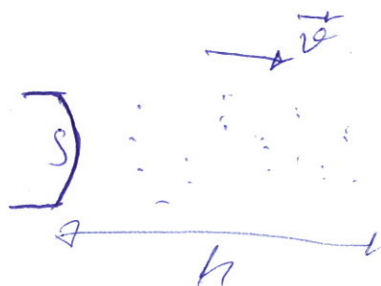
$$1 \text{ м}^3 - 1 \text{ метр}^3 (m^3)$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ м}^2$$

$$v - \text{const}$$

$$\Delta F_{\text{моз}} - ?$$



Решение: Пусть $t = 1 \text{ сек}$, тогда

$$h = vt = 10 \text{ км}$$

$$V = Sh = 490000 \text{ м}^3$$

$$1 \text{ м}^3 - 1 \text{ метр}^3$$

$$490000 \text{ м}^3 - x \text{ метров}^3$$

$$x = 490000$$

$$\Delta F_{\text{моз}} = F'_{\text{моз}} - F_{\text{моз}} = \frac{(m + x m_0) v}{t} - \frac{m v}{t} = \frac{x m_0 v}{t}$$

$$\Delta F_{\text{моз}} = \frac{490000 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ м/с}}{1 \text{ сек.}} = 98000 \text{ Н}$$

Ответ: $\Delta F_{\text{моз}} = 98000 \text{ Н}$.

* вносится организатором олимпиады