

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Ю-ЕН-11-165

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	5	13	8	6	10	10	5	5	62

Вариант 2

$$1) \sqrt{2 - \log_3 x} - 3 \cdot |2 \log_3 x - 5| \leq \sqrt{2 - \log_3 x} - 3 \cdot |2 \sqrt{2 - \log_3 x} - 5|$$

Опр: $x > 0$ не только
пусть $y = \log_3 x$

$$\sqrt{2 - y} - 3 \cdot |2y - 5| \leq \sqrt{2 - y} - 3 \cdot |2\sqrt{2 - y} - 5|$$

$2 - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 2 \Rightarrow$ верхняя граница и замена и получим:

$$\log_3 x \leq 2$$

$$x \leq 9 \Rightarrow 2y - 5 > 0 \Rightarrow$$

$$|2y - 5| = 2y - 5$$

$$I) 2\sqrt{2 - y} - 5 < 0 \Rightarrow \sqrt{2 - y} < \frac{5}{2} \Rightarrow 2 - y < \frac{25}{4} \Rightarrow y > -\frac{17}{4}$$

$$\sqrt{2 - y} - 15 + 6y \leq y + 6\sqrt{2 - y} - 15$$

$$\sqrt{2 - y} \leq y \Rightarrow 2 - y = y^2 \Rightarrow y^2 + y - 2 \leq 0 \Rightarrow y \in (-2; 1) \Rightarrow$$

II) функция $\sqrt{2 - y} - 15 + 8y - y + 6\sqrt{2 - y} - 15$ $y \in [1; 2]$ убывает $\Rightarrow$
при $y \leq -\frac{17}{4}$ решений нет.

$$y \in [1; 2] \Rightarrow 1 \leq \log_3 x \leq 2$$

$$3 \leq x \leq 9$$

$$x \in [3; 9]$$

Ответ: $x \in [3; 9]$.

Почему?

2 Всею раскрасок: $3^{6 \cdot 14} = 3^{84}$

Переходящая условие: 2^{43} , т.к:

пусть белые и чёрные клетки - тип а
серые - тип б,

тогда тип а должен быть во всех сторонах окру-
жи типом б и наоборот. Иначе говоря, типы а и б
образуют шахматную раскраску $\Rightarrow$ типа а: $6 \cdot 14 = 84$
клетки, из которых может быть чёрной или белой
 $\Rightarrow 2^{42}$, тогда

вероятность равна $\frac{2^{42}}{3^{84}}$

Ответ: $\frac{2^{42}}{3^{84}}$



3 $f(x) = ax^2 + (3a+1)x + b \geq 0$

$a > 0$ и $D \leq 0 \Rightarrow (3a+1)^2 - 4ab \leq 0$

$9a^2 - 4ab + 6a + 1 \leq 0 \Rightarrow 25a^2 - 16a^2 - 4ab + 6a + 1 \leq 0$

$25a^2 + 6a + 1 \leq 16a^2 + 4ab$

$25a^2 + 6a + 1 \leq 4a(4a+b)$

$\frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} \leq 4a + b$, тогда равенство достигается при

$b = \frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} - 4a \Rightarrow$ минимум $4a+b$ совпадает с минимумом

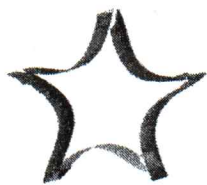
или $\frac{25a^2 + 6a + 1}{4a}$ при $a > 0 \Rightarrow \left(\frac{25a^2 + 6a + 1}{4a} \right)' \leq 0 \Rightarrow$

$\frac{25}{4} - \frac{1}{4a^2} = 0 \Rightarrow 25 = \frac{1}{a^2} \Rightarrow a = \frac{1}{5}; 4a + b = 4$



не спрашиваю, но max

Ответ: 4



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 10-ЭИ-11-165

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант _____

№ 1) Общее сопротивление цепи $R = \frac{R_B \cdot R_H}{R_B + R_H}$, где R_B - сопротивление верхней цепи, а R_H - сопр. нижней цепи.

$$R = \frac{30 \cdot 70}{30 + 70} = 21 \text{ Ом} \Rightarrow \text{ток равен } \frac{420}{21} = 20 \text{ А (по закону Ома)}$$

2) $U_B = U_H$

$I_B R_B = I_H R_H$; I (сила тока во всей цепи) = $I_H + I_B$ (т.к. паралл. цепи.)

$\Rightarrow I_B = I - I_H = 20 - I_H$, тогда

$$(20 - I_H) R_B = I_H R_H$$

$$(20 - I_H) \cdot 30 = 70 I_H$$

$$60 - 3 I_H = 7 I_H$$

$$I_H = 6 \text{ А.} \Rightarrow I_B = 20 - 6 = 14 \text{ А.}$$

3) Падающее напряжение на конденсаторе равно

$$R_1 \text{ равно: } 14 \cdot 20 = 280 \text{ В} \Rightarrow$$

напряжение на конденсаторе равно 40 В $\Rightarrow$

заряд q на нем: $q = C U = 500 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 0,02 \text{ Кл.}$

Ответ: 0,02 Кл.

✓ 4 $7; 8; 13$ - взаимно простые числа $\Rightarrow$ прокол не пересекает линии энергии сетки $\Rightarrow$ не должно быть прокола плоскости сетки - 1 кубик + 1 кубик - 1 кубик = 1 кубик
 $(7-1) + (8-1) + (13-1) + 1 = 26$

Ответ: 26.

Или так: $7+8+13-1=27$ что за 7-м $\textcircled{7}$

✓ 5 Пусть скорость частицы равна v , тогда она выйдет в момент времени $t=0$, опишет $\frac{1}{4}$ круга, радиус $R = \frac{v}{Bq\omega}$, за $\frac{1}{4}$ периода к этому моменту вертикальная скорость будет равна нулю. Частица получит от электрического поля ускорение $a = \frac{Eq}{m}$ (по II з. Коумена) и спустится до высоты h за $\sqrt{\frac{2v}{Eq^2B}}$ $\Rightarrow$ это произойдет в момент времени $t = \frac{\pi}{2mqB} + \sqrt{\frac{2v}{Eq^2B}}$

Ответ: $\frac{\pi}{2mqB} + \sqrt{\frac{2v}{Eq^2B}}$

✓ 7 Рассмотрим процессы:

1) $V = V_0; T = kV_0^2$

2) $V = 3V_0; T = 9kV_0^2$

3) $V = 3V_0; T = kV_0^2$

В процессе 2-3 работа не совершается, т.к. $V = \text{const}$;

В процессе 3-1: $P_{ср} = \frac{QRT}{V} \approx \frac{QRT}{V} \Rightarrow |A_1| = \int_{V_0}^{3V_0} \frac{QRT}{V} dV = QRT \ln V \Big|_{V_0}^{3V_0} = QRT \ln 3$; в процессе 1-2 работа: $3,64 \ln 3 QRT$, от нагревателя получено: $8 QRT \Rightarrow \eta = \frac{3,64 \ln 3}{8} = 0,5 \Rightarrow 50\%$

Ответ: 50%

✓ 8 Фокусное расстояние рассеивающей линзы равно $\frac{f}{-5} = -90 \text{ см} \Rightarrow$ экран расположен на расстоянии $92 \cdot \frac{12}{6} = 184 \text{ см}$ от линзы. Следовательно, фокусное расстояние собирающей линзы $\frac{6}{18} \cdot 40 = \frac{40}{3} \text{ см} \Rightarrow$

Оптическая сила линзы: $\frac{100 \cdot 3}{40} = 7,5 \text{ дптр}$.

Ответ: 7,5 дптр.