



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/4-07-50

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	0	13	0	10	10	15	6	54

Вариант 2

№1

Для решения задачи сначала посчитаем кол-во цифр во всех натуральных числах от 1 до 91:

т.к. всего 9 однозначных (1-9) и 72 двухзначных (10-81),
то общее кол-во цифр будет равно:

$$1 \cdot 9 + 2 \cdot 72 = 9 + 144 = 153$$

⇒ зачеркнув 81 цифру останется $153 - 81 = 72$;

72 цифры.

Чтобы полученное число было наибольшим в
самых старших (левых) разрядах должны быть
самые большие цифры (9-ки), а затем следующие
по убыванию (8, 7, 6, 5, 4...). Теперь посчитаем
их (цифр) кол-во.

т.к. 9 встречается в натуральных (те естественных)
числах только в разряде единиц кол-во 9 (цифр)
будет равно 9 (числа: 9, 19, 29, 39, 49, 59, 69, 79).
кол-во 8 (цифр) будет равно 10 (8 раз в разр. ед.
и 2 в разр. десят).

кол-во цифр 7, 6, 5, 4, 3 будет равно 17
(8 раз в разр. ед. и 10 раз в разр. десят).

таких образы:

9-8 pag

8-10 pag

7-18 pas

6-18 pay

5-18 parz

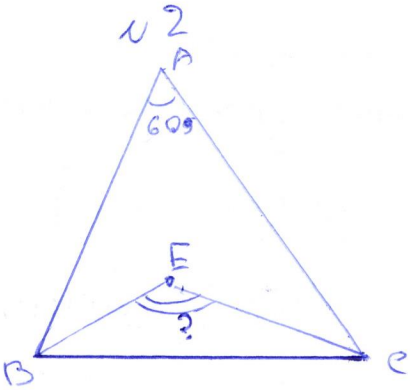
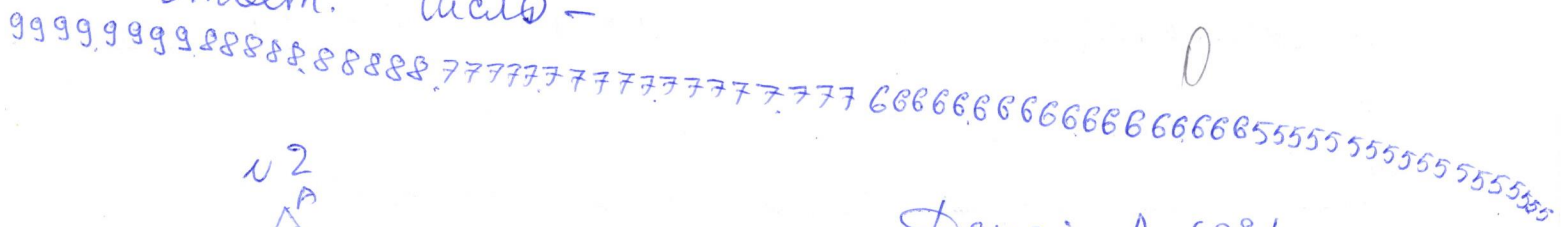
4-18 раз

Всего останется 79 цифр (8 девяток, 18 восьмёрок, 18 семёрок, 18 шестёрок, 18 пятёрок, расположенных по убыванию)

по числу $\frac{1}{2}$ цифры т.е.

$$\begin{array}{r} 8 + 10 + 12 + 12 + 18 = 72 \\ \underline{18} \quad \underline{36} \quad \underline{54} \quad \underline{72} \end{array}$$

Амбем. Часно -



Given: $\angle A = 60^\circ$

Е внутри $\triangle ABC$;

$$\angle BCE = 2\angle ACE;$$
$$\angle CBE = \angle ABE$$

Классы: 2 ВЕС

Решение

m.k. $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC$, a ~~$\angle ABE = 2\angle EBC$~~ $\angle CBE = 2\angle ABE \Rightarrow$
(no yes.)
 $\angle ABC = 3\angle ABE$

$$\angle ABC = 2\angle ABE$$

mak. $\angle ACB = \angle ACE + \angle BCE$, $\alpha = \angle BCE = 2\angle ACE$ (no yw.) $\Rightarrow$

$$\angle ACB = 3\angle ACE$$

т.к. сумма всех углов тре-а равна $180^\circ \Rightarrow$

$$180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \angle ABC + \angle ACB$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/04-07-50

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

т.к. $\angle ABE + \angle ACB = 120^\circ$, а $\angle ABC = 3\angle ABE$, $\angle ACB = 3\angle ACE$, то

$$3\angle ABE + 3\angle ACE = 120^\circ$$

$$3(\angle ABE + \angle ACE) = 120^\circ$$

$$\angle ABE + \angle ACE = 120^\circ : 3$$

$$\angle ABE + \angle ACE = 40^\circ$$

т.к. сумма всех углов треугольника равна $180^\circ \Rightarrow$

$$\angle ABE + \angle ACE + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow$$

$$(\angle ABE + \angle ACE + \angle BEC) - (\angle ABE + \angle ACE) = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\angle ABE - \angle ABE + \angle ACE - \angle ACE + \angle BEC = 140^\circ$$

$$\angle BEC = 140^\circ$$

Ответ. $\angle BEC = 140^\circ$

и 3

Составили таблицу и нашли первые 10 цифр послед-и

Число	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2	16	121	64	196						
$x+y$	7	4	10							
$z+y$	11	8	14							
Число	4	11	8	14	20	8	14	20	28	14

N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2024
число	4	11	8	14	20	8	14	20	8	14	?
x^2	16	121	64	196	400	64	196	400	64	196	
$x+10$	7	4	10	16	4	10	16	4	10	16	
$2 \cdot x$	11	8	14	20	8	14	20	8	14	20	

по полученной последовательности мы можем заметить цикл (с 3-его по 5-ый номер и т.д.) состоящий из трёх ~~чисел~~ ^{чисел}: 8; 14; 20. Эти числа будут повторяться всю последовательность.

Зная это найдём 2024-ое число в последовательности. Для этого отнимем первые 2 числа, которые не участвуют в цикле (4, 11)

$$2024 - 2 = 2022$$

а теперь найдём количество этих циклов

$$\begin{array}{r} 2022 \overline{) 3} \\ - 18 \\ \hline 22 \\ - 21 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\Rightarrow$ Будет 674 таких цикла по 3 ~~числа~~ ^{числа} и ещё два числа в начале последовательности.

проверим:

$$674 \cdot 3 + 2 = 2024$$

Т.к. будет равное (целое) количество циклов, то 2024-ый элемент будет последним числом в последовательности то есть 20.

Ответ. 20

13



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/04-07-50

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 5

так. $1 \text{ г м}^3 = 1 \text{ л}$; $1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ г м}^3 \Rightarrow$

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ л}$$

для начала найдём объём куба с водой

1) $2 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} = 8 \text{ м}^3 = 8000 \text{ л}$ — объём куба $2 \times 2 \times 2 \text{ м}$ 2б
а также V шунка,

~~2~~ $45 \text{ см} = 0,45 \text{ м}$
 $80 \text{ см} = 0,8 \text{ м}$
 $180 \text{ см} = 1,8 \text{ м}$

2) $0,45 \cdot 0,8 \cdot 1,8 = 0,648 \text{ м}^3 = 648 \text{ л}$ 2б

$$\begin{array}{r} \times 0,45 \\ 0,8 \\ \hline 0,360 = 0,36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,36 \\ 1,8 \\ \hline 288 \\ + 36 \\ \hline 0,648 \text{ м}^3 \end{array}$$

Объём воды в кубе будет равен объёму куба минус
объём шунка:

$$8000 \text{ л} - 648 \text{ л} = 7352 \text{ л} \quad 3б$$

Зная скорость подачи воды за минуту, найдём
кол-во этих минут

$$\begin{array}{r} 7352 \overline{) 1050} \\ - 7350 \quad \overline{) 7,00} \dots \approx 7 \text{ минут} \\ \hline 200 \end{array}$$

3б

Ответ. 2 фокусника будут 7 минут

(10б)

Найдем ширину, высоту и длину терема в метрах:

Ширина - 15 аршин - 10,5 м 15

Длина - 10 сажень - 18 м 15

Высота - 10 локтей - 5 м 15

Зная, что 1 арш. = 0,7 м; 1 саж. = 1,8 м; 1 лок. = 50 см = 0,5 м

Найдем значения в метрах

$$1) \begin{array}{r} \times 15 \\ \times 0,7 \\ \hline 10,5 \text{ м} \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} \times 10 \\ \times 1,8 \\ \hline 18,0 = 18 \text{ м} \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} \times 10 \\ \times 0,5 \\ \hline 5,0 = 5 \text{ м} \end{array}$$

А также площадь окна в метрах квадратных:

$$\int \text{Окно} = 3 \text{ лок.} \cdot 4 \text{ лок.} = 1,5 \cdot 2 \text{ м} = 3 \text{ м}^2 \quad 15 \quad 15$$

$$\begin{array}{r} \times 3 \\ \times 0,5 \\ \hline 1,5 \text{ м} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4 \\ \times 0,5 \\ \hline 2,0 \text{ м} \end{array}$$

$$2 \cdot 1,5 = 3 \text{ (м}^2\text{)}$$

Теперь найдем площадь стен терема без учета окон:

$$\underbrace{(5 \text{ м} \cdot 18 \text{ м} \cdot 2)}_{90 \text{ м}^2} + \underbrace{(5 \text{ м} \cdot 10,5 \text{ м} \cdot 2)}_{105 \text{ м}^2} = 195 \text{ м}^2 \quad 15$$

А также площадь стен с учетом окон зная кол-во израсходованной краски (5 л) и её расход (1 л - 5 м²)

$$5 \text{ л} \cdot 5 \text{ м}^2 = 25 \text{ м}^2 \quad 15$$

$$195 \text{ м}^2 - 25 \text{ м}^2 = 170 \text{ м}^2 \quad 15 \text{ разницы с учетом окон и без учета (площадь окон)}$$

так мы знаем площадь одного оконного отверстия мы еще знаем высоту кол-во окон в тереме

$$170 \text{ м}^2 : 3 \text{ м}^2 = 56,66 \text{ (шт.)} - \text{окон.} \quad 15$$

Ответ В тереме 57 окон

100



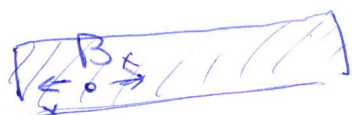
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/04-07-50

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

№ 7
0.4x →



Возьмём расстояние от Васи до начала тонеля за x , т.к. скорость машины в 4 раза больше скорости Вовы, то Стел. в начале движения находится на расстоянии $4x$ от начала тоннеля.

А расстояние между машиной и сыном $- 4x + 1x = 5x$

В движении машины и мальчика будет равно

$$4x - 1x = 3x$$

(Если Вова будет двигаться до конца тоннеля) $\Rightarrow$

они встретятся через $5x : 3x = \frac{5}{3}x = 1\frac{2}{3}x$

расстояния это и будет конец тоннеля

(по условию) $\Rightarrow$ Если Вова пройдёт $1x$ пути

то длина всего тоннеля равна $1x + 1\frac{2}{3}x = 2\frac{2}{3}x$

$\Rightarrow$ Вова пройдёт $\frac{1}{2\frac{2}{3}}$ пути или

$$\frac{3}{6\frac{6}{3}} = \frac{3}{8} \text{ пути}$$

Ответ. Вова пройдёт $\frac{3}{8}$ тоннеля

158

и 8 $\left(1 \frac{r}{cm^3} = 1000 \frac{m}{m^3}\right)$

Найдём массу получившейся
трубы

$$\frac{1}{4} \cdot 2700 \frac{kg}{m^3} = \frac{2700}{4} \frac{kg}{m^3} = 675 \frac{kg}{m^3}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 4500 = \frac{4500 \cdot 3}{4} \frac{kg}{m^3} = 3375 \frac{kg}{m^3}$$

$$3375 + 675 = (4050 \frac{kg}{m^3}) \quad 35$$

675 m	3375 m
(20% от m)	(80% 0 m)
(25% от V)	(75% от V)

$$\frac{25}{100} - \frac{20}{100} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \quad 35$$

Ответ. на $\frac{1}{20}$ раза больше ($\frac{1}{20} > 0$) **65**
и 4.

Разобьём $81!$ на прост. множ. (конкр. 2 и 5)

пр. $10^{81} = 2^{81} \cdot 5^{81}$

получимся

$$81! = 2^{81} \cdot 5^{81} \dots \Rightarrow$$

$$\frac{81!}{10^{81}} = \frac{2^{81} \cdot 5^{81} \dots}{2^{81} \cdot 5^{81}} = \frac{x}{2^3 \cdot 5^{64}}$$

Ответ. $2^3 \cdot 5^{64}$