

Мультипрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-10-5'

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	-	13	-	10	9	15	15	73

ХМ

Вариант 1

№ 5

Дано:

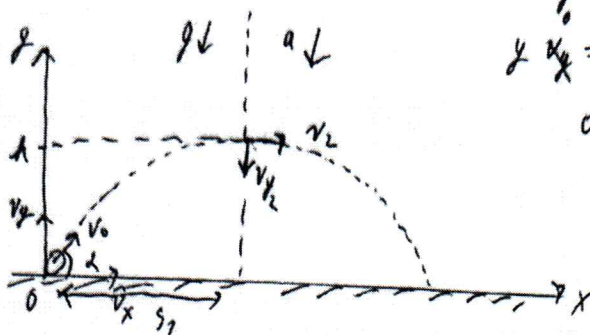
$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$S = 5,196 \text{ м}$$

а-?



$$v_y = v_0 \sin \alpha$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$0 = t v_0 \sin \alpha - \frac{g t^2}{2} \quad | \cdot \frac{1}{t}$$

$$0 = v_0 \sin \alpha - \frac{g t}{2}$$

$$2 v_0 \sin \alpha = g t$$

$\frac{t}{2}$ — время достижения h

$$\frac{t}{2} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad v_x = v_0 \cos \alpha; \quad \frac{t}{2} = \frac{S_1}{v_x} = \frac{S_1}{v_0 \cos \alpha} \Rightarrow S_1 = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot \frac{t}{2}}{1} = \frac{v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{2g}; \quad \Rightarrow S_2 = t_2 \cdot v_x; \quad h = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{t}{2} - \frac{g t^2}{8}; \quad h = \frac{t}{2} v_0 \sin \alpha - \frac{g t^2}{8}$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow h = \frac{2 v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g}{8} \left(\frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g} - \frac{g}{8} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad v_y = 0 \Rightarrow$$

$$h = \frac{v_y^2}{2g}$$

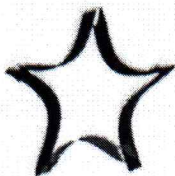
$$S - S_1 = t_2 \cdot v_x = t_2 \cdot v_0 \cos \alpha$$

$$h = \frac{a t_2^2}{2}; \quad t_2 = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

$$S - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \sqrt{\frac{2h}{a}} \cdot v_0 \cos \alpha; \quad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 5 \cdot \frac{3}{4} = 3,75 \text{ (м)}.$$

$$\frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \sqrt{\frac{2h}{a}} \Rightarrow a = \frac{2h}{\left(\frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \right)^2} = \frac{256}{270} \text{ (м/с}^2\text{)}$$

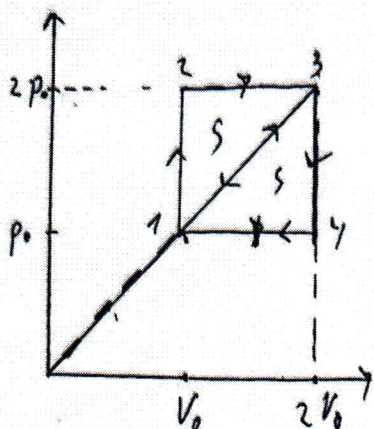
Ответ: ~~200~~ м/с² 250 м/с²



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-10-51

✓ 7



$$\frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} = \frac{Q_{H1231} \cdot \eta_{1231}}{Q_{H1341} \cdot \eta_{1341}}$$

$$\eta_{1231} = \eta_{1341}, \quad \frac{i}{z} = \frac{3}{2}$$

А также равна S в цикле $S_{1231} \approx S_{1341}$

$$\Rightarrow \eta_{1231} = \eta_{1341} = \frac{p_0 V_0}{2}$$

$$Q_{H1231} = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{23} + \Delta U_{23}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} p_0 V_0 - \text{по м. Менделеева-Кл.}$$

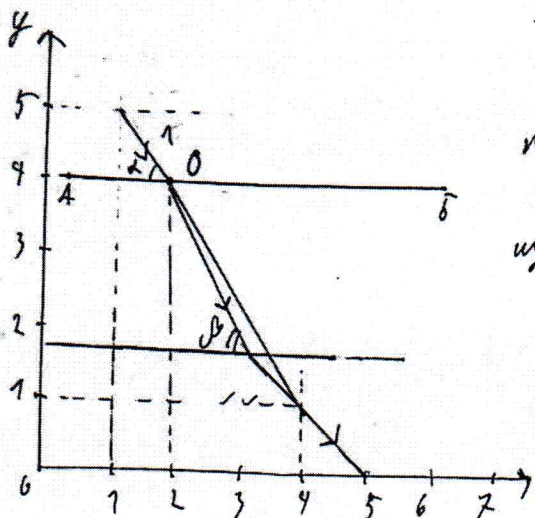
$$A_{23} = V_0 \cdot 2 p_0; \quad \Delta U_{23} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2 p_0 V_0 - \text{по м. Менделеева-Кл.}$$

$$Q_{H1231} = 6,5 p_0 V_0; \quad Q_{H1341} = Q_{H13} = \Delta U_{13} + A_{13} = \frac{p_0 + 2 p_0}{2} \cdot V_0 + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} R (T_3 - T_1)$$

$$= 1,5 p_0 V_0 + \frac{3}{2} \cdot 3 p_0 V_0 = 6 p_0 V_0 \Rightarrow \frac{\eta_{1231}}{\eta_{1341}} = \frac{6 p_0 V_0}{6,5 p_0 V_0} = \frac{12}{13}$$

Ответ: $\frac{12}{13}$

✓ 8



Дано:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta - \text{з. закон } n_2 = 1,5$$

$$n_1 = 1$$

$$\sin \beta = \frac{n_1 \sin \alpha}{n_2}$$

$$\text{из графика } \alpha = 45^\circ \Rightarrow$$

$$\sin \beta = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

и прямая вдоль которой распространяется

луч после преломления: $y = kx + b$

$$k = \tan(90^\circ - \beta) = -\tan \beta = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}}{\sin \beta} = \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{9}}}{\frac{\sqrt{2}}{3}} = \sqrt{3,5}$$

$$= \sqrt{3,5} \quad \text{Также вторая прямая}$$

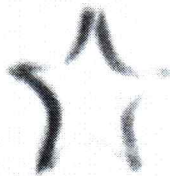
проходит в точке пересечения $y = 5 - x$ и $y = x\sqrt{3,5} + b$,

$$O(2; 4) \in y = -x\sqrt{3,5} + b \Rightarrow 4 = -2\sqrt{3,5} + b \Rightarrow b = 4 + 2\sqrt{3,5}$$

$$5 - 4 + 2\sqrt{3,5} = x(1 + \sqrt{3,5}); \quad x = \frac{1 + 2\sqrt{3,5}}{1 + \sqrt{3,5}} = \frac{12 + \sqrt{14}}{5}$$

$$y = -x + 5 = \frac{13 - \sqrt{14}}{5} \approx 1,85 \Rightarrow \text{искали } y = 1,85$$

Ответ: 1,85



Министерство
образования и науки
«Знани»

шифр 614-10-51

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 6

Дано:

$$\begin{aligned} \omega &= 5 \cdot 10^3 \text{ рад/с} \\ \sigma &= 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4} \\ L &= 0,5 \text{ м} \\ D &= 2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ U &= 120 \text{ В} \\ T &= ? \end{aligned}$$

№ 6

$$1) \beta = \omega S t = \sigma T^4 S t$$

$$2) S = L \pi D \checkmark$$

$$3) \sigma T^4 S t = 1 \text{ Вт, т.к. } \omega = p$$

$$\sigma T^4 L \pi D = 1 \text{ Вт} \checkmark$$

$$T^4 = \frac{1 \text{ Вт}}{L \pi D \sigma}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{1 \text{ Вт}}{L \pi D \sigma}} = 1576,6 \text{ (К)}$$

Ответ: 1576,6 К

№ 3 (Продолжение)

Рассмотрим

$\triangle ACD$ и $\triangle DCB$:

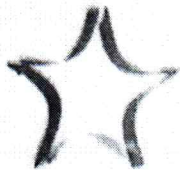
$$AC = AD, DB = DC, \angle CDB = \angle ADE = 120^\circ \Rightarrow \triangle ACD = \triangle DCB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AC = DC, DC = DB, \text{ как медианы.}$$

$$\text{Значит, } \angle FDE = 60^\circ: \triangle ACD = \triangle DCB, \angle ACD = 60^\circ,$$

т.к. $\angle BDC = 60^\circ \Rightarrow$ ~~треугольники~~ $\triangle ACD$ и $\triangle DCB$ — равнобедренные, следовательно, $\angle CAD = \angle CBD = 60^\circ$.
Значит, $\triangle ABC$ — равносторонний, т.к. $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.
Значит, $\triangle ABC$ — равносторонний, т.к. $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{19}{4}}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-10-81

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

✓ 1

Разложим $80! = n \cdot 2^x \cdot 5^y$, в $80!$ 16 чисел делящихся на 5
и 3 на 25 $\Rightarrow y = 78, 19$.

Найдём x , разложив $80!$ и откинув нечётные числа:
 $80! = 2^{40} (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 40) \cdot a = 2^{40} \cdot 2^{20} (1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20) \cdot ab = 2^{40} \cdot 2^{20} \cdot 2^{10} (1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10) ac$
 $= 2^{78} \cdot abcd$, $abcd$ — произведение нечётных чисел $\Rightarrow x = 78$

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot n}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{n}{4 \cdot 5^{61}}$$

Ответ: $4 \cdot 5^{61}$

✓ 3

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos 60^\circ \\ AC &= \sqrt{49 + 25 - 35} = \sqrt{39} \\ DF^2 &= AD^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2 - AC \cdot AD \cdot \cos \angle DAF \\ DF &= \sqrt{4 + \frac{39}{4} - \sqrt{39} \cdot 2 \cdot \cos \angle DAF} \quad (1) \end{aligned}$$

$$DE^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cdot \cos \angle DAF$$

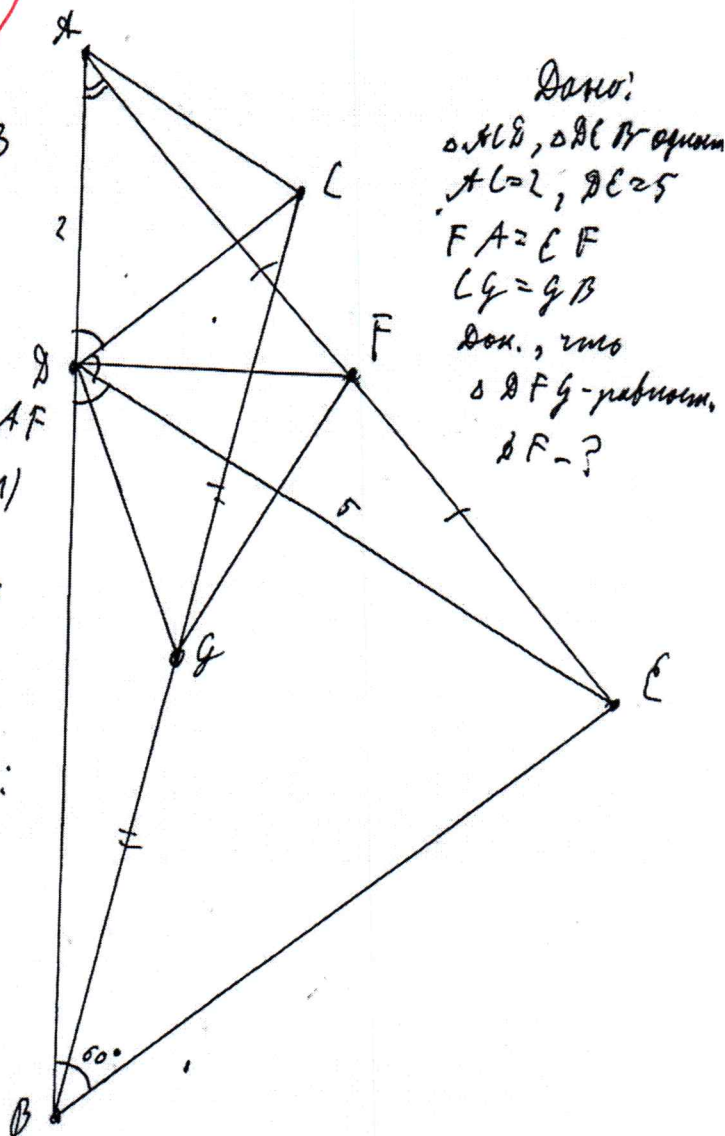
$$25 = 4 + 39 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{39} \cdot \cos \angle DAF$$

$$9 = 2\sqrt{39} \cdot \cos \angle DAF$$

$$\cos \angle DAF = \frac{9}{2\sqrt{39}}, \text{ вернёмся к (1):}$$

$$\begin{aligned} DF &= \sqrt{4 + \frac{39}{4} - 2 \cdot \sqrt{39} \cdot \frac{9}{2\sqrt{39}}} = \\ &= \sqrt{\frac{32 - 20}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

Продолжение следует



Дано:

$\triangle ABC$, $\triangle BCE$ — равны

$AC=2$, $BE=5$

$FA=EF$

$CG=GB$

Дока., что

$\triangle DFG$ — равност.

$DF=?$