



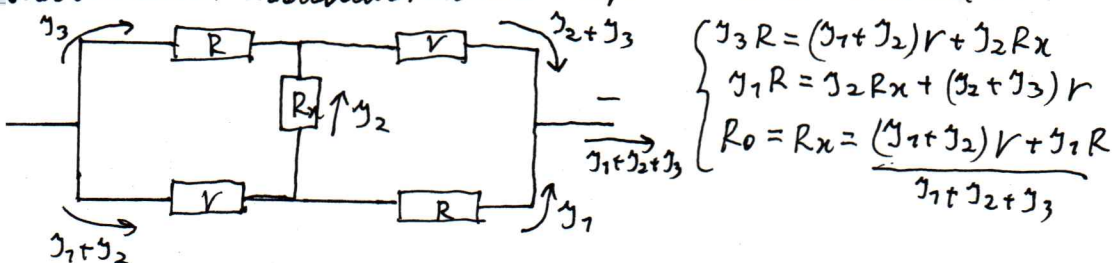
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

M-EH-10-017

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Баллы	9	12	6	0	5	6	2	15	55

Вариант 2

8. По первому правилу Кирхгофа расставим токи, запишем закон Ома, посчитаем эквивалентное сопротивление схемы R_0 :



$$\begin{cases} I_3 R = (I_1 + I_2) R + I_2 R_x \\ I_1 R = I_2 R_x + (I_2 + I_3) R \\ R_0 = R_x = \frac{(I_1 + I_2) R + I_1 R}{I_1 + I_2 + I_3} \end{cases}$$

вычтем из первого ур-я второе:

$$(I_3 - I_1) R = (I_1 - I_3) R \Leftrightarrow 4 I_3 - 4 I_1 = I_1 - I_3 \Rightarrow I_1 = I_3$$

Преобразуем систему:

$$16 I_1 = 4(I_1 + I_2) + I_2 R_x$$

$$R_x = \frac{20 I_1 + 4 I_2}{2 I_1 + I_2}$$

$$\text{Решая её, получим: } I_2^2 + 2 I_1 I_2 - 3 I_1^2 = 0 \quad \begin{cases} I_2 = I_1 \\ I_2 = -3 I_1 \end{cases}$$

второй случай невозможен, т.к. тогда ток на резисторе R будет течь от «-» к «+».

$$\text{так, } I_1 = I_2 = I_3, \text{ тогда } R_x = \frac{24 I_1}{3 I_1} = 8 (\Omega)$$

ответ: 8 Ом.

6

7. Д тепловой машины показывается её эффективность нагревания чего-либо.

Когда в описанном опыте полезная работа направлена на нагрев воздуха

$$Q = C \Delta t, \text{ а затраченная на получение льда } Q_3 = \lambda m.$$

$$= \frac{Q_3}{\lambda m} = \frac{C \Delta t}{\lambda m} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q_3 \lambda m}{C} = \frac{0,5 \cdot 330 \cdot 10^3 \cdot 3}{150 \cdot 10^3} = 3,3^\circ \text{C}$$

ответ: на $3,3^\circ \text{C}$.

3

8. Имеем, что данная система имеет не более одного решения. Попарно приравняем ур-я по правой части и сложим эти ур-я:

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{b} = c + \frac{1}{a} = 4 \\ x + \frac{1}{c} = d + \frac{1}{a} = 1 \end{aligned} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} b + \frac{1}{b} + a + \frac{1}{c} = d + \frac{1}{a} + c + \frac{1}{a} \\ c + \frac{1}{c} = d + \frac{1}{a} = 1 \end{aligned}$$

имеем, что если $b=d$, а $a=c$, то это ур-е верно. Рассмотрим этот случай:

$$\begin{cases} a=c=2 \\ b=d=\frac{1}{2} \end{cases}$$

почему?

Данные значения удобны-м контрпримеру упр-ю системы, значит, это её решение.

Ответ: $a=c=2$; $b=d=\frac{1}{2}$.

66

N5

Андрей должен попасть мячом в промежутки от $h+d$ до H относительно земли. Время полёта мяча $t = \frac{S}{v \cos \alpha}$. Рассмотрим крайние зп-я этого прол-ка:

1) $h+d = 0 + v \sin \alpha_1 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{S \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v^2 \cos^2 \alpha_1} = \frac{v^2 S \sin 2 \alpha_1 - g S^2}{2 v^2 (1 + \cos 2 \alpha_1)}$

$2 v^2 (h+d) (1 + \cos 2 \alpha_1) = v^2 S \sin 2 \alpha_1 - g S^2$
 $v^2 (S \sin 2 \alpha_1 - 2 \cos 2 \alpha_1) = g S^2 + 2 v^2 (h+d)$
 $400 (20 \sin 2 \alpha_1 - 2,5 \cos 2 \alpha_1) = 10 \cdot 400 + 400 \cdot 2,5 = 5000$

$8 \sin 2 \alpha_1 - \cos 2 \alpha_1 = 5$
 2) Аналогично, для α_2 получим:

$v^2 (S \sin 2 \alpha_2 - H \cos 2 \alpha_2) = g S^2 + v^2 H$
 $400 (20 \sin 2 \alpha_2 - 3 \cos 2 \alpha_2) = 4000 + 1200 = 5200$
 $20 \sin 2 \alpha_2 - 3 \cos 2 \alpha_2 = 13$

Итак, искомый угол в промежутке от α_1 до α_2 .

Ответ: $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$

2 корня!

$8 \sin 2 \alpha_1 - \cos 2 \alpha_1 = 5$
 $20 \sin 2 \alpha_2 - 3 \cos 2 \alpha_2 = 13$

N2

Пусть π -угольник ABC , тогда она имеет вид $8, 8+x, 8+2x, 8+3x$, где $8+x, 8+2x, 8+3x$ - стороны ABC . $p = 12+3x$

$S = p \cdot r = 4 \cdot (12+3x) = 12(4+x)$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{(12+3x)(4+2x)(4+x) \cdot 4} = 2(4+x) \sqrt{6(2+x)}$

$12^2(4+x)^2 = 4(4+x)^2 \cdot 6(2+x)$
 $6(4+x)^2 = (x+2)(4+x)^2 \Leftrightarrow (4+x)^2(x-4) = 0$ [$x=4$
 $x=-4$ - не угод. сторо-ю треуг-ка]

$x=4 \Rightarrow a=12, b=16, c=20 \Rightarrow P=48$

Ответ: 48.

(X)

N1

Перепишем пер-во и заметим, что на $0 \leq x \leq \frac{4}{3}$ $|2x-5| = 5-2x$:

$7\sqrt{4-3x} + 3|2\sqrt{4-3x} - 5| \leq x+15$

Левая часть неотриц., значит, $x \geq -15$. Раскроем модуль:

$\left[\begin{cases} -15 \leq x \leq -\frac{3}{4} \\ 13\sqrt{4-3x} \leq x+30 \\ -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{4}{3} \\ \sqrt{4-3x} \leq x \end{cases} \right.$	$\left[\begin{cases} -15 \leq x \leq -\frac{3}{4} \\ 646-507x \leq x^2+60x+900 \\ 0 \leq x \leq \frac{4}{3} \\ 4-3x \leq x^2 \end{cases} \right.$	(I)
		(II)

(I): $\begin{cases} -15 \leq x \leq -\frac{3}{4} \\ x^2+567x+224 \geq 0 \end{cases}$ - точки пересечения левее чем у др. пер-ва, значит, решение: $-15 \leq x \leq -\frac{3}{4}$

φ



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр М-ЕЧ-10-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

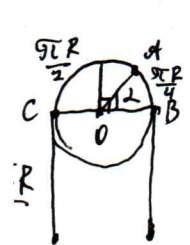
Вариант 2

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq \frac{4}{3} \\ x^2 + 3x - 4 \geq 0 \end{cases}$$
 решение: $[1; \frac{4}{3}]$

исходим решения: $[-15; -\frac{3}{4}] \cup [7; \frac{4}{3}]$

ответ: $[-15; -\frac{3}{4}] \cup [7; \frac{4}{3}]$.

7



Часть дуги колыма равна дуге $VCB = \pi R$

Поскольку $\angle = 45^\circ$, то $\angle BAC = \frac{\pi R}{4}$

Итак, сила натяжения в точке A уравновешивает силу тяжести колыма дуги $\frac{e - \pi R}{2} + \frac{\pi R}{4}$, масса этой части

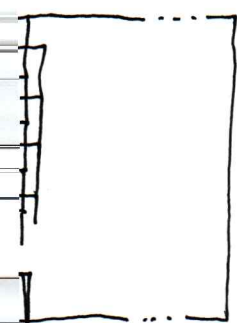
$$\frac{m}{e} \cdot (\frac{e - \pi R}{2} + \frac{\pi R}{4}) = \frac{m}{4e} (2e - \pi R), \text{ тогда сила } T_A \text{ равна}$$

$$= \frac{mg}{4} \cdot \frac{2e - \pi R}{e} = \frac{1 \cdot 10}{4} \cdot \frac{2 \cdot 2 - 3,14 \cdot 0,7}{2} \approx 4,6 \text{ Н}$$

ответ: 4,6 Н.

4

смотрим след. вариант раскладки - я:



при нём из 3 поперечных рядов мы не закрываем только 2 клетки, т.е. он будет самым оптимальным.

При округлении в меньшую сторону получим результат:

$$\frac{8 \cdot (3 \cdot 23 - 2)}{4} = 2 \cdot 67 = 134$$

ответ: 134.

05