

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 50/1-09-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	1	13	13	3	8	15	6	71

2027

Вариант 1

[Handwritten signature]

$$1. \begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 = (y+z)^2 - x^2 \\ 3 = (x+z)^2 - y^2 \\ 4 = (x+y)^2 - z^2 \end{cases}$$

$$x^2 + 2yz + z^2 - x^2 + x^2 + 2xz + z^2 - y^2 + x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 2 + 3 + 4$$

$$2xy + 2xz + 2yz + x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$(x+y+z)^2 = 9$$

$$x+y+z = 3$$

$$x+y+z = -3$$

$$\begin{cases} (y+z+x)(y+z-x) = 2 \\ (x+z+y)(x+z-y) = 3 \\ (x+z+y)(x+y-z) = 4 \end{cases}$$

$$3(y+z-x) = 2$$

$$3(x+z-y) = 3$$

$$3(x+y-z) = 4$$

$$-x+y+z = \frac{2}{3}$$

$$x-y+z = 1$$

$$x+y-z = \frac{4}{3}$$

$$-x+y+z+x-y+z = 1 + \frac{2}{3}$$

$$2z = \frac{5}{3}$$

$$z = \frac{5}{6}$$

$$-x+y+z+x+y-z = \frac{2}{3} + \frac{4}{3}$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

$$x-y+z+x+y-z = 1 + \frac{4}{3}$$

$$2x = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{7}{6}$$

$$\left(\frac{7}{6}; 1; \frac{5}{6}\right)$$

Ответ: $\left(\frac{7}{6}; 1; \frac{5}{6}\right)$

$$\begin{aligned} -3(y+z-x) &= 2 \\ -3(x+z-y) &= 3 \\ -3(x+y-z) &= 4 \end{aligned}$$

$$-x+y+z = -\frac{2}{3}$$

$$x-y+z = -1$$

$$x+y-z = -\frac{4}{3}$$

$$2z = -\frac{5}{3}$$

$$z = -\frac{5}{6}$$

$$2y = -2$$

$$y = -1$$

$$2x = -\frac{7}{3}$$

$$x = -\frac{7}{6}$$

$$\left(-\frac{7}{6}; -1; -\frac{5}{6}\right)$$

отриц. решение нам не подходит

2.

	I кв	II кв
до об	<u>x</u>	<u>1,25x</u>
после об	1,2y	y

[Handwritten scribble]

$$\frac{x+1,2y}{1,25x+y} = \frac{11}{10}$$

$$(x+1,2y) \cdot 10 = 11(1,25x+y)$$

$$10x+12y = 13,75x+11y$$

$$y = 3,75x$$

$$\frac{y}{x} = 3,75 = 3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{15}{4}$$

$$y = 15$$

$$x = 4$$

Не верно составлено уравнение

$$12 \cdot \frac{5}{4} = 15$$

$$45 \cdot \frac{6}{5} = 54$$

$$12 \cdot \frac{5}{4} = 15$$

$$45 \cdot \frac{6}{5} = 54$$

$$12 \cdot \frac{5}{4} = 15$$

$$45 \cdot \frac{6}{5} = 54$$

умножим x и y на 4

	I	II
го	4-2=8	8-1,25=10
после	30-1,2=36	15-2=30
всего	40+44=84	
II	40	

	I	II
го	4-3=12	12-1,25=15
после	45-1,2=54	15-3=45
всего	60+66=126	
II	60	

	I	II
го	4-4=16	16-1,25=20
после	60-1,2=78	15-4=60
всего	80+88=168	
II	80	

5.

	I	II
го	4-5=20	20-1,25=25
после	75-1,2=90	15-5=75
всего	100+110=220	
II	100	

6.

	I	II
го	4-6=24	24-1,25=30
после	90-1,2=108	15-6=90
всего	120+132=252 > 250	
II	120	

этот вариант не подходит и больше мы брать не можем

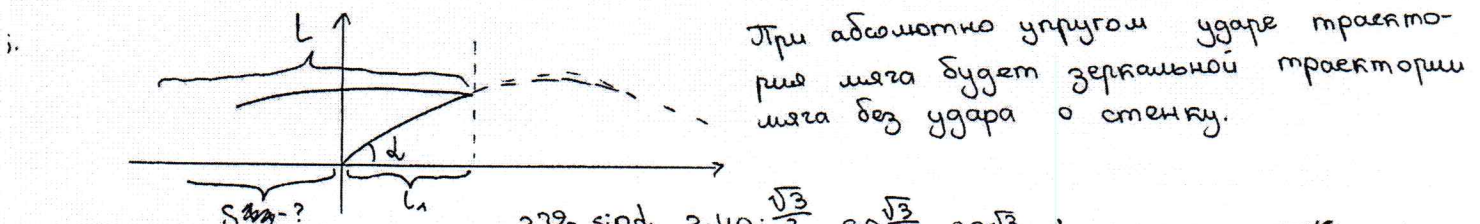
Ответ: 20, или 40, или 60, или 80, или 100

3. Для n , где $3 < n \leq 2024$, для каждого $(n-1)$ угольника без вершины A соответствует n угольник с вершиной A . Но также существуют треугольники с вершиной A .

↓
 многоугольник с вершиной A больше, чем без вершины A .
 отрезков без вершины A : $\frac{2022 \cdot 2023}{2} = 1011 \cdot 2023 = 2045253$, на столько многоугольников с вершиной A больше.

$$\begin{array}{r} \times 2023 \\ 1011 \\ \hline 2023 \\ 2023 \\ \hline 2045253 \end{array}$$

4. $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$
 $f(g(x)) = (g(x)-x_1)(g(x)-x_2)(g(x)-x_3)$
 $g(x) - x_i \neq 0 \quad i=1,2,3$
 $D_i = b^2 - 4ac = 36 - 4(2024 - x_i) < 0$
 $-4(2024 - x_i) < -36$
 $4(2024 - x_i) > 36$
 $2024 - x_i > 9$
 $f(2024) = (2024-x_1)(2024-x_2)(2024-x_3) > 9^3 > 729$

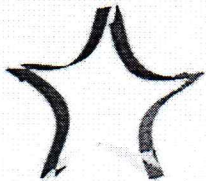


время всего падения: $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \cdot 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{80\sqrt{3}}{10} = \frac{80\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{10} = 4\sqrt{3} \approx 6,92$

$L = (v_0 \cos \alpha) t = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6,9 = 20 \cdot 6,9 = 138 \text{ м}$

$v_1 = v_0 - gt$

$t = \frac{v_0 - v_1}{g} = \frac{40 - 30}{10} = 1 \text{ с}$ (время до удара о стенку)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр *50/1-09-01

Задание	1	2	3	4	5	6	Всего
Баллы							

Вариант 1

$$l_1 = (v_0 \cdot \cos \alpha) t_1 = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 20 \text{ м}$$

$$S = l - 2l_1 = 138 - 20 \cdot 2 = 138 - 40 = 98 \text{ м}$$

Ответ: 98 м

$$6. \Delta V = S \Delta h = 15 \cdot 5 = 75 \text{ см}^3$$

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{m_1}{\rho_1} - \frac{m_2}{\rho_2}$$

$$m_2 = \frac{\Delta V \rho_2 \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{75 \cdot 1 \cdot 0,9}{1 - 0,9} = \frac{75 \cdot 0,9}{0,1} = \frac{67,5}{0,1} = 675 \text{ г}$$

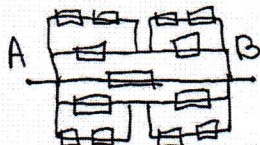
$$V_2 = S h_2 = 15 \cdot 15 = 225 \text{ см}^3$$

$$m_2 = V_2 \rho_2 - m_1 = 225 - 675 = 650 \text{ г}$$

Ответ: 675 г ; 650 г

$$7. R_0 = 10 \text{ Ом}$$

$$R = \frac{4}{10} R_0 = \frac{4}{10} \cdot 10 = 4 \text{ Ом}$$



Ответ: 4 Ом

$$8. \text{ I } b=7 \quad k=-\frac{2}{1}=-2$$

$$y = -2x + 7$$

$$\text{ II } b=-5$$

$$y = x - 5$$

$$x - 5 = -2x + 7$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$y = 4 - 5 = -1$$

(4; -1) - точка отражения

$$\text{tg } \alpha = \frac{2}{1} = 2 \quad \alpha \approx 64^\circ$$

$$\text{tg } \beta = \frac{1}{1} = 1 \quad \beta = 45^\circ$$

$$180^\circ - 64^\circ - 45^\circ = 71^\circ$$

$$71^\circ : 2 = 35,5^\circ$$

$$35,5^\circ + 64^\circ = 99,5^\circ$$

$$99,5^\circ - 90^\circ = 9,5^\circ$$

Ответ: (4; -1) ; 9,5°

