

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	9	12	13	14	6	10	15	—	79

Вариант 1

Задача №1

Решение:

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{80!}{2^{80} \cdot 5^{80}}$$

разложим числитель на множители 2 и 5:

самая большая степень у двойки - 6
 $2^6 = 64$ - единственный множитель
от 1 до 80

$2^5 = 32$ вычисляем: $2 - 1 = 1$ множитель

$2^4 = 16$ вычисляем: $5 - 2 = 3$ множителя

$2^3 = 8$ $10 - 5 = 5$

$2^2 = 4$ $20 - 10 = 10$

$2^1 = 2$ $40 - 20 = 20$

вычисляем степень двойки в
числителе:

$$6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 20 = 78$$

Таким образом: $\frac{2^{78}}{2^{80}} = \frac{1}{2^2}$ $\frac{5^{20}}{5^{80}} = \frac{1}{5^{60}}$

знаменатель: $2^2 \cdot 5^{60}$

Ответ: $2^2 \cdot 5^{60}$

25 (ариф. всякая)

самая большая степень у пятёрки - 3
 $5^3 = 125$ единственный множитель

$5^2 = 25$ $3 - 1 = 2$

$5^1 = 5$ $16 - 3 = 13$

степень пятёрки в числителе:

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 13 = 20$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №2

Решение:

Пусть количество школьников в кружке «Олимпиадная математика» равно x , а в «Робототехнике» — y , тогда:

$$\begin{cases} x+y > 29 \\ x-2 > 3y \\ 3x-2y < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y > 29 \\ x-3y > 2 \\ 3x-2y < 60 \end{cases}$$

рассмотрим попарно:

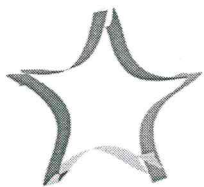
$$\begin{cases} x+y > 29 \\ x-3y > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y > 27 \\ y > 7 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x-3y > 2 \\ 3x-2y < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-9y > 6 \\ 3x-2y < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7y > -54 \\ y < 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 7$$

подставим значение:

$$\begin{cases} x+7 > 29 \\ x-21 > 2 \\ 3x-14 < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x > 23 \\ x < 24 \end{cases} \Rightarrow x = 24$$

Ответ: 24 школьника



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

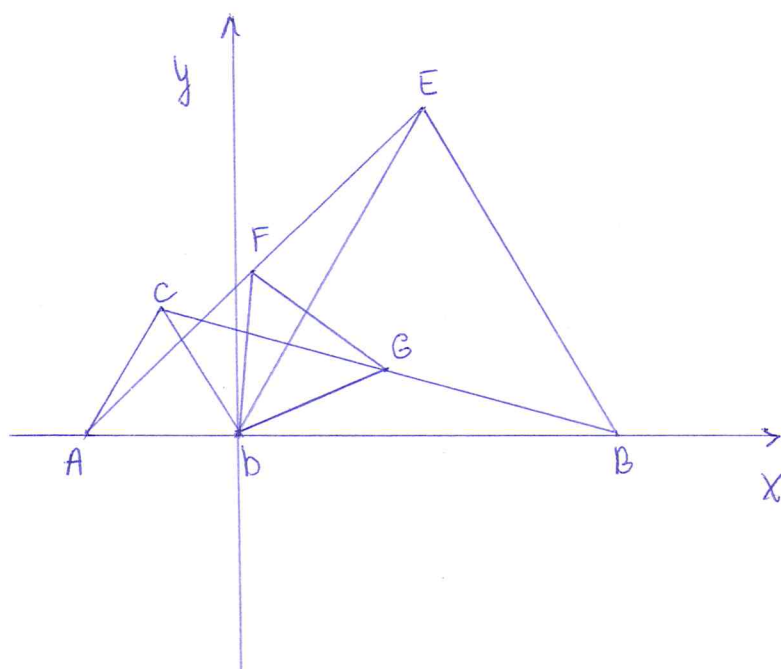
шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №3

Решение:



$$A(-2; 0)$$

$$B(5; 0)$$

$$C(-1; \sqrt{3})$$

$$D(0; 0)$$

$$E\left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$$

F - середина AE

$$F\left(\frac{\frac{5}{2} - 2}{2}; \frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{4}\right) = F\left(\frac{1}{4}; \frac{5\sqrt{3}}{4}\right)$$

G - середина CB

$$G\left(\frac{-1 + 5}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = G\left(2; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

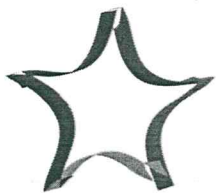
$$DG = \sqrt{2^2 + \frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

$$FG = \sqrt{\left(2 - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

$$DF = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{25 \cdot 3}{16}} = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

значит $\triangle FGD$ равносторонний со сторонами $\frac{\sqrt{19}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{19}}{2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

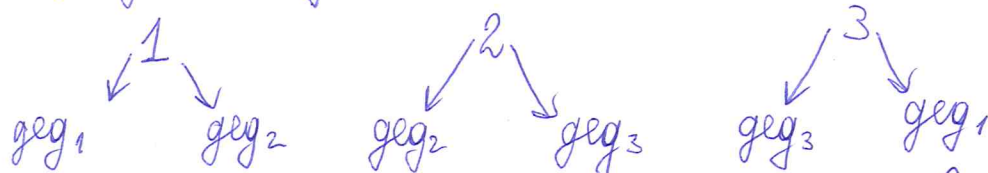
Задача №4

Решение:

Рассмотрим несколько случаев:

1) всего 2 деду, тогда у каждого из них минимум 80 внуков, что удовлетворяет условию.

2) всего 3 деду допустим у нас есть группы внуков:



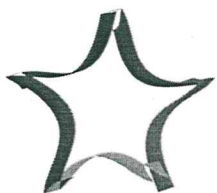
тогда у каждого деду не менее $\frac{2}{3}$ из всех детейшек
 $80 \cdot \frac{2}{3} = 53\frac{1}{3} \Rightarrow$ не менее 54 внука

3) всего 4 деду, тогда:



у группы 1 и 3 разные деду, значит больше 4х дедов не может быть.

В итоге подходит 2 случая
з.т.д.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №5

Дано:

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

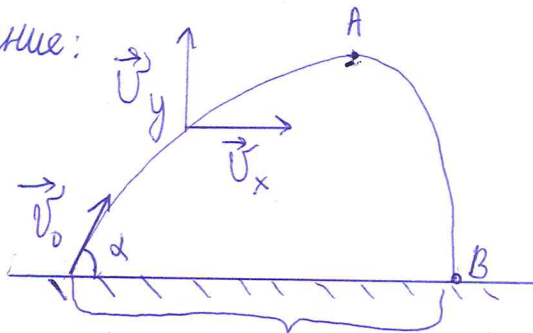
$$\alpha = 30^\circ$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$S = 5,196 \text{ м}$$

$g_A = ?$

Решение:



в точке A:

$$V_y = 0 \quad V_y = V_0 \sin \alpha - gt \Rightarrow t = \frac{V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{10} = \frac{1}{2} \text{ с}$$

$$x_A = V_0 \cos \alpha \cdot t = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$y_A = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{10 \cdot \frac{1}{4}}{2} = \frac{5}{2} - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha = 5\sqrt{3} \text{ м/с}$$

после точки A - аналогия:

$$\begin{cases} S = x_A + V_x t \\ y_B = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{S - x_A}{V_0 \cos \alpha} \Rightarrow g = \frac{\sin 2\alpha \cdot V_0^2}{S - x_A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 100}{5,196 - \frac{5\sqrt{3}}{2}} \approx$$

$$y_B = V_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$V_0 \sin \alpha t = \frac{gt^2}{2}$$

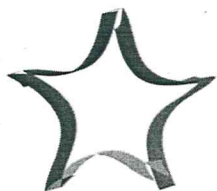
$$V_0 \sin \alpha = \frac{gt}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$S = x_A + V_x t$$

$$t = \frac{S - x_A}{V_x} = \frac{S - x_A}{V_0 \cos \alpha}$$

10
35
(пересчет)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №6

Дано:

$$\omega = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{К}^4}$$

$$L = 50 \text{ см}$$

$$b = 2 \text{ мм}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$T = ?$

СИ

0,5 м
0,02 м

Решение:

$$P = \omega \cdot S = \sigma \cdot T^4 \cdot L \cdot \pi \cdot b$$

$$P = I \cdot U$$

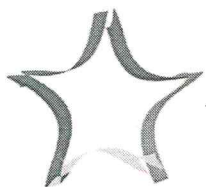
Р-мощность тока

$$I \cdot U = \sigma \cdot T^4 \cdot L \cdot \pi \cdot b \Rightarrow T^4 = \frac{I \cdot U}{\sigma \cdot L \cdot \pi \cdot b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 220}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{-1} \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}} = \sqrt[4]{\frac{220}{5,67 \cdot 6,28 \cdot 10^{-11}}} =$$

$$= \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 10^{15}}{356076}} \text{ К}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 10^{15}}{356076}} \text{ К}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-38

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача №7.

Дано:
циклические
процессы

1-3-4-1
1-2-3-1

Решение:

$$\eta = \frac{A}{Q}$$

гор. адиабатный

$$A = p \Delta V$$

$$Q = \frac{3}{2} p \Delta V$$

цикл 1-3-4-1

$$A = \frac{1}{2} p_0 V_0$$

$$Q = Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13} = \frac{3}{2} (4p_0 V_0 - p_0 V_0) + 1.5 p_0 V_0 =$$

(I закон термодинамики)

$$= 6 p_0 V_0$$

$$\eta_{134} = \frac{\frac{1}{2} p_0 V_0}{6 p_0 V_0} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{\eta_{134}}{\eta_{123}} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{13}} = \frac{13}{12} \approx 1,08$$

цикл 1-2-3-1

$$A = \frac{1}{2} p_0 V_0$$

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{123} + A_{123} =$$

$$= \frac{3}{2} (4p_0 V_0 - p_0 V_0) + 2 p_0 V_0 = 6,5 p_0 V_0$$

$$\eta_{123} = \frac{\frac{1}{2} p_0 V_0}{6,5 p_0 V_0} = \frac{1}{13}$$

Ответ: 1,08