



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

Шифр А-73-11-17

1. Дано:

~~$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$~~

$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$

$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

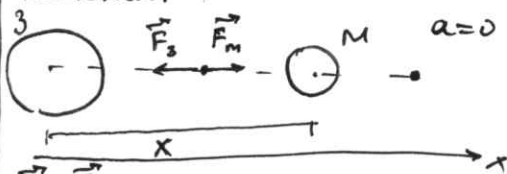
$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$

$x = ?$

СИ

$5,46 \cdot 10^{10} \text{ м}$

Решение:



$\vec{F}_3 + \vec{F}_M = 0$

~~$F_3 - F_M = 0$~~

$F_3 = F_M$

$G \frac{M_3}{x^2} = G \frac{M_M}{(r-x)^2}$ x - расстояние от Земли до точки Лангража

~~$M_3(r-x)^2 = M_M x^2$~~

~~$M_3 r^2 - 2M_3 r x + M_3 x^2 - M_M x^2 = 0$~~

~~$(M_3 - M_M) x^2 - 2M_3 r x + M_3 r^2 = 0$~~

~~$(6 \cdot 10^{24} - 6,4 \cdot 10^{23}) x^2 - 2 \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 5,46 \cdot 10^{10} x + 6 \cdot 10^{24} \cdot (5,46 \cdot 10^{10})^2 = 0$~~

~~$5,36 \cdot 10^{24} x^2 - 6,552 \cdot 10^{35} x + 1,908 \cdot 10^{45} = 0$~~

~~$5,36 x^2 - 6,552 \cdot 10^{11} x + 1,908 \cdot 10^{21} = 0$~~

~~$D = 4,293 \cdot 10^{23} - 4,291 \cdot 10^{22} = 3,884 \cdot 10^{23}$~~

~~$x_{1,2} = \frac{6,552 \cdot 10^{11} \pm \sqrt{3,884 \cdot 10^{23}}}{2 \cdot 5,36} = 6,152 \cdot 10^{11} \pm 6,282 \cdot 10^{11}$~~

~~$x_1 = 1,193 \cdot 10^{11}$~~

~~$1,193 \cdot 10^{11} > 5,46 \cdot 10^{10}$~~

след-но это не может быть точкой Лангража, т.к. силы притяжения Земли и Марса будут направлены в одну сторону и не будут уравновешивать друг друга

Ответ: не существует такой точки в период Великого противостояния. тело всегда будет сильнее притягиваться к Земле.

Не имеет смысла, т.к. $2,985 \cdot 10^9 < \frac{1}{2} \cdot 5,46 \cdot 10^{10}$, значит точка должна быть ближе к Земле, но сила всемирного тягот. обратна пропорц. квадрату расст. т.е. сила притяжения к Земле будет много больше сил притяжения к Марсу.

2. Дано:

~~$R = 3,43 \cdot 10^6 \text{ км}$~~

~~$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$~~

~~$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$~~

$g_M = ?$

Решение:



Представим, что тело находится максимально близко к поверхности планеты, но не касается её. Тогда на неё действует только сила притяжения. Всемирного тяготения.

~~$m \vec{g}_M = \vec{F} = m \vec{a}$~~

$G \frac{M m_0}{R^2} = m_0 a$

$g_M = a = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3,43 \cdot 10^6 \text{ м})^2} = 3,628 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Ответ: $3,628 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-73-11-14

3. Дано: $v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}$
 $n = 1 \text{ м}^{-3}$
 $m_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ кг}$
 $S = 49 \text{ м}^2$
 $\Delta F = ?$

Решение:
 По з. сохр. импульса:
 $p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$
 $p_1' + p_2' = p_3 = F_0 t$ - начальный импульс до вхождения в облако микромет.
 $p_1 = (F_0 + \Delta F) t$ - импульс швы, с учётом необходимой силы тяги, для того, чтобы
 $p_2 = m_0 v \cdot N$ - суммарный импульс микрометров
 скорость корабля не изменилась
 $l = \frac{v}{n} = \frac{1}{n}$
 $l = v t_1$
 $t_1 = \frac{1}{n v}$ - ср. время между ударами.
 $N = \frac{t}{t_1}$ - кол-во ударов за время пролёта через облако.
 $p_2 = m_0 v \frac{t}{t_1} = m_0 v t n v$
 $(F_0 + \Delta F) t - m_0 v^2 n t = F_0 t$
 $F_0 t + \Delta F t - m_0 v^2 n t = F_0 t$
 $\Delta F = m_0 v^2 n = 2 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot (10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 1 \text{ м}^{-3} \cdot 49 \text{ м}^2 = 98 \cdot 10^4 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$

Ответ: 98 кН.

4. Дано: $h = 3430 \text{ км}$
 $R = 3430 \text{ км}$
 $\frac{A_1}{A_2} = ?$

Решение:
 $A_1 = mgh$
 По з. сохр. энергии:
 $A_1 = E_n = mgh$
 $A_2 = E_k = \frac{m v^2}{2}$
 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR}$ - 1 косм. скорость (необх. чтобы стать спутником планеты)
 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{mgh}{\frac{m \sqrt{gR}}{2}} = \frac{mgh \cdot 2}{m \sqrt{gR}} = 2 \quad (h=R=3430)$

Ответ: работа на поднятие в 2 раза больше работы на запуск спутника.

5. Дано: $v_0 = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}}$
 $S = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$
 $t = ?$

Решение:
 $t = \frac{S}{v_0} = \frac{5,46 \cdot 10^7}{1,2 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4,55 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 1,264 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 1264 \text{ с} \approx 3,5 \text{ года}$
 Если мы считаем, что скорость постоянная, но
 чем мы ближе к Земле, тем больше ускорение, текущее ракету к Земле,
 аналогично с Марсом
 $g = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{x^2}$
 $g' = -2GM \frac{1}{x^3}$ - g меняется по закону степенной функции
 $S = v_0 t + \frac{g_0 t^2}{2} - \frac{g_0' t^2}{2} + \frac{g_0'' t^3}{6} - \frac{g_0''' t^3}{6}$!
 $S = v_0 t + \frac{g_0 t^2}{2} + \frac{g_0' t^3}{6} = 0$ $g_0 = 26 \text{ м/с}^2$
 $t = \frac{S}{v_0} = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4,55 \cdot 10^3 \text{ с}$
 $t = \frac{S}{v_0} = \frac{GM \frac{3}{x^2}}{-2GM \frac{1}{x^3}} = \frac{x}{2}$ Время не может быть < 0
 Ответ: 3,5 года (1264 гн).