

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-55-11-18

2) Дано:

$$R = 3430 \text{ км} = 343 \cdot 10^4 \text{ м} \\ M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг} \\ G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Решение:

По II закону Ньютона:

$$F_{\text{тяг}} = mg$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg \quad / : m$$

$$G \frac{M}{R^2} = g$$

$$g = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(343 \cdot 10^4 \text{ м})^2} \approx 3,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Ответ: $g \approx 3,6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$

5) Дано:

$$v = 12 \frac{\text{км}}{\text{с}} \\ S = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км}$$

$t = ?$

Решение:

$$S = vt \Rightarrow t = \frac{S}{v}$$

$$t = \frac{54,6 \cdot 10^6 \text{ км}}{12 \frac{\text{км}}{\text{с}}} = 4550000 \text{ с.}$$

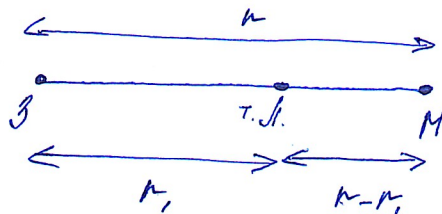
Ответ: $t = 4550000 \text{ с.}$

1) Дано:

$$r = 54,6 \cdot 10^6 \text{ км} \\ M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \\ M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг.}$$

$r_1 = ?$

Решение:

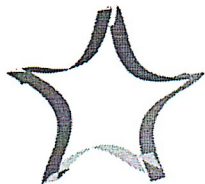


По условию задачи:

$$F_{\text{тяг.3}} = F_{\text{тяг.М}}$$

$$\frac{M_3 m}{r_1^2} = \frac{M_M m}{(r - r_1)^2}$$

$$\frac{M_3}{r_1^2} = \frac{M_M}{(r - r_1)^2}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-55-11-18

$$\frac{M_3}{M_M} = \left(\frac{r_1}{r - r_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{r_1}{r - r_1} = \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$r_1 = (r - r_1) \cdot \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$r_1 + r_1 \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

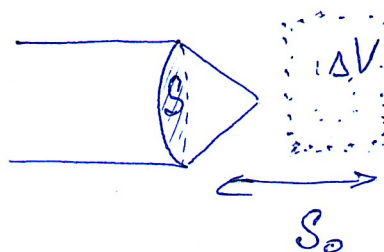
$$r_1 \left(1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}} \right) = r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}$$

$$r_1 = \frac{r \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}}{1 + \sqrt{\frac{M_3}{M_M}}}$$

$$r_1 = \frac{54,6 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{\frac{6,4 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}}}}{1 + \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^{23}}}} \approx 40,95 \text{ млн. км}$$

Ответ: $r_1 \approx 40,95 \text{ млн. км}$

Решение:



S_0 - пройденный путь.

По 3-му закону Ньютона в импульсной форме:

$$\Delta p = F \Delta t \Rightarrow F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\Delta p = m v$$

$$m = \rho \Delta V$$

$\rho = m_0$ (по условию задано)

$$\Delta V = S S_0, \text{ где } S_0 = v \Delta t$$

$$\Delta V = S v \Delta t$$

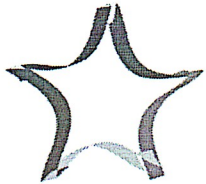
3) Дано:

$$v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$$

$$S = 49 \text{ см}^2$$

$F = ?$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-55-14-18

$$m = m_0 S v \Delta t$$

Тогда подставив значения в формулу получим:

$$F = \frac{m_0 S v^2 \Delta t}{\Delta t} = m_0 S v^2$$

$$F = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 49 \cdot (10^4)^2 = 98 \cdot 10^3 \text{ Н} = 98 \text{ кН}$$

Ответ: $F = 98 \text{ кН}$.

4) Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = ?$$

Решение:

$$A_1 = E_{\pi.1} - E_{\pi.2}$$

$$A_1 = mgR_M - mg(R_M + h), \text{ где } g = G \frac{M}{R^2}$$

(т.к. $F_T = mg$
по II 3-му
Ньютона)

$$A_1 = m \cdot G \frac{M}{R_M^2} \cdot R_M - m G \frac{M}{(R_M + h)^2} \cdot (R_M + h) =$$

$$= m G M \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + h} \right)$$

$$A_1 = \frac{m G M h}{R_M (R_M + h)}$$

$$A_2 = \frac{m v^2}{2}$$

по II 3-му Ньютона:

$$F_{\text{тяг}} = m a_{\text{с.с}} ; a_{\text{с.с}} = \frac{v^2}{R}$$

$$G \frac{m M}{(R_M + h)^2} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow m v^2 = \frac{G m M}{R_M + h}$$

$$A_2 = \frac{G m M}{2(R_M + h)} ; \frac{A_1}{A_2} = \frac{m G M h}{R_M (R_M + h)} \cdot \frac{2(R_M + h)}{G m M} = \frac{2h}{R_M} = 2$$

3- (т.к. $R_M = h$)

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$.