



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	8	0	13	9	10	15	0	

Вариант 1

№1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases} \quad \begin{cases} (y+z)^2 - x^2 = 2 \\ (x+z)^2 - y^2 = 3 \\ (x+y)^2 - z^2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} (y+z+x)(y+z-x) = 2 \\ (x+z+y)(x+z-y) = 3 \\ (x+y+z)(x+y-z) = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (y+z+x)(y+z-x) = 2 \\ (x+z+y)(x+z-y) = 3 \\ (x+y+z)(x+y-z) = 4 \end{cases}$$

Пусть $x+y+z = a$, тогда система имеет вид

$$\begin{cases} a(a-2x) = 2 \\ a(a-2y) = 3 \\ a(a-2z) = 4 \end{cases} \quad \text{множим все уравнения}$$

$$a(a-2x) + a(a-2y) + a(a-2z) = 2+3+4$$

$$a(a-2x+a-2y+a-2z) = 9 \quad a(3a-2(x+y+z)) = 9$$

$$a(3a-2a) = 9 \quad a^2 = 9$$

так как $x > 0, y > 0, z > 0$, то $a > 0, a = \sqrt{9} = 3$

Возвращаемся к системе $a^2 - 2xa = 2, -2xa = 2 - a^2$

$$x = \frac{a^2 - 2}{2a} = \frac{9-2}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$$

$$y = \frac{a^2 - 3}{2a} = \frac{6}{6} = 1 \quad z = \frac{a^2 - 4}{2a} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{7}{6}; y = 1; z = \frac{5}{6}$$

№2

Так как 25% от числа значит было меньше, то само число должно делиться на 4, соответственно, для 20% должно делиться на 5
Пусть первый обеды x покупок и y - после
Тогда второй: $1,25x$ и $0,8y$.

85



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Тогда имеем $11(1,25x + 0,8y) = 10(x + y)$

✓3

Так как количество треугольников — наибольшее и равно количеству многоугольников с точкой A и многоугольников без точки A , то количество многоугольников (точкой A больше на количество треугольников.

05

✓4

Так как x_1, x_2, x_3 — действительные числа, то справедлива запись $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Тогда $f(g(x)) = (g(x) - x_1)(g(x) - x_2)(g(x) - x_3)$, при том, что

$$g(x) \neq x_1 \quad g(x) \neq x_2 \quad g(x) \neq x_3$$

Раскладываем $g(x) - x_1$, получим $x^2 + 6x + 2024 - x_1 = 0$

$$36 - 4(2024 - x_1) < 0$$

$$3 - 2024 + x_1 < 0$$

$$2024 - x_1 > 3, \text{ соответственно, } 2024 - x_2 > 3 \quad 2024 - x_3 > 3$$

имеем, что $f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3)$

Так как каждый из множителей больше 3, то

$$(2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > 3^3 \Rightarrow f(2024) > 27$$

138

р. н. г.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

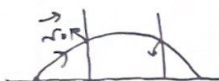
шифр 31-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

√5

$$\begin{array}{l|l} S=? & \text{сн} \\ \hline \alpha = 60^\circ & - \\ v_0 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}} & - \\ v = 30 \frac{\text{м}}{\text{с}} & - \\ g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} & - \end{array}$$



Запишем уравнения движения тела

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot t - 5t^2$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - 10t$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad v_y = (v_0 \sin \alpha - 10t)^2 = v^2 - v_x^2$$

$$(v_0 \sin \alpha - 10t)^2 = v^2 - v_x^2$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha - 20 v_0 \sin \alpha \cdot t + 100t^2 = v^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha$$

$$v_0^2 \sin^2 \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha - 20 v_0 \sin \alpha \cdot t + 100t^2 - v^2 = 0$$

$$v_0^2 - 20 v_0 \sin \alpha \cdot t + 100t^2 - v^2 = 0$$

$$100t^2 - 20 \cdot 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t + 40^2 - 30^2 = 0$$

$$100t^2 - 680t + 700 = 0$$

$$D = 680^2 - 4 \cdot 700 \cdot 100 = 182400$$

$$t_1 = \frac{680 - \sqrt{182400}}{200} \approx 1,2 \text{ с.}$$

$$t_2 = \frac{680 + \sqrt{182400}}{200} \approx 5,6 \text{ с.}$$

Подставим в формулу $x = v_0 \cos \alpha \cdot t$

$$x_1 = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,2 = 24 (\text{м})$$

$$x_2 = 40 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,6 = 112 (\text{м})$$

$$S = x_2 - x_1 = 112 - 24 = 88 (\text{м})$$

Ответ: $S = 88 \text{ м.}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 6

$$\begin{array}{l|l}
 m_1 - ? \quad m_2 - ? & \text{СН} \\
 \hline
 S = 15 \text{ см}^2 & 15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\
 S_6 = 1000 \frac{\text{мм}^2}{\text{м}^2} & - \\
 S_a = 900 \frac{\text{мм}^2}{\text{м}^2} & -
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{Из условия: } \Delta V = S \cdot \Delta h = 15 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-2} = \\
 = 75 \cdot 10^{-6} (\text{м}^3) - \text{изменение объема} \quad 15
 \end{array}$$

$$\Delta V = V_1 - V_6 \quad V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad V_6 = \frac{m_6}{\rho_6} \quad 35$$

$$75 \cdot 10^{-6} = \frac{m_1}{900} - \frac{m_6}{1000} \quad 75 \cdot 10^{-6} = \frac{1000 m_1}{9 \cdot 10^5}$$

$$m_1 = \frac{75 \cdot 10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^5}{1000} = 0,675 (\text{кг}) \quad 25$$

$$V = 15 \cdot 10^{-4} \cdot 115 \cdot 10^{-2} = 1725 \cdot 10^{-6} (\text{м}^3) - \text{конечный объем воды.} \quad 25$$

$$\text{Тогда } m_2 = \rho_6 \cdot V - m_1 = 1725 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 - 0,675 = 1,05 (\text{кг}) \quad 25$$

$$\text{Ответ: } m_1 = 0,675 \text{ кг, } m_2 = 1,05 \text{ кг}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-09-02

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

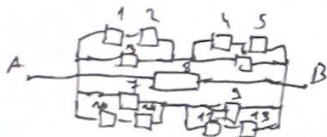
Вариант 1

№ 7

$$\frac{R - ?}{R_0 = 10 \text{ Ом}} \quad | \quad \text{сн} \quad |$$



Посмотрим альтернативную точку зрения.



$$R_{1-2} = R_{4-5} = R_{10-11} = R_{12-13} = R_0 + R_0 = 10 + 10 = 20 \text{ (Ом)}$$

$$\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{1}{R_{4-6}} = \frac{1}{R_{7,9,10-13}} = \frac{1}{R_{1-2}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20}$$

$$R_{1-3} = \frac{20}{2} \text{ (Ом)}$$

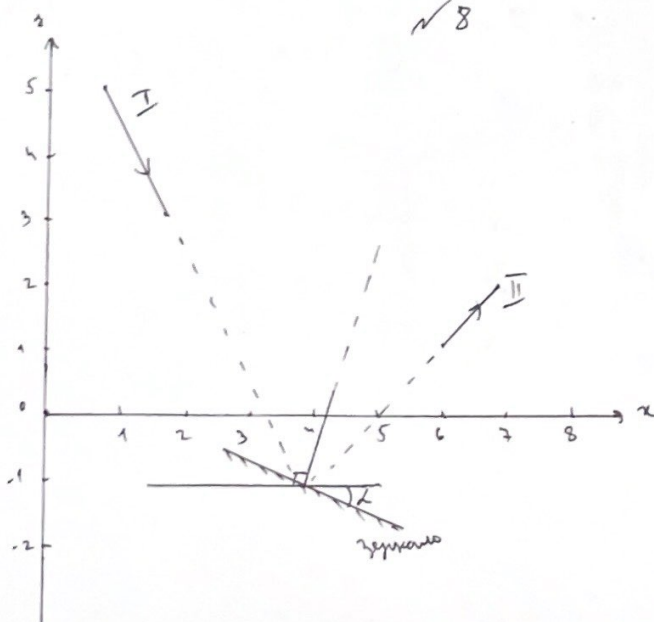
$$R_{1-6} = R_{7,9,10-13} = R_{1-3} + R_{4-6} = \frac{20}{2} + \frac{20}{2} = \frac{40}{2} \text{ (Ом)}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{1-6}} + \frac{1}{R_{7,9,10-13}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{10}$$

$$R = \frac{10}{2} = 5 \text{ (Ом)}$$

ответ: $R = 5 \text{ Ом}$.

№ 8



Прямые I и II не перпендикулярны, найдем

т. пересечения $(x; y)$

Посмотрим векторную формулу.

Векторы $\vec{u}$ и $\vec{v}$ перпендикулярны, если

то скалярное произведение равно 0

или $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

05