



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-10-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	-	14	10	10	15	6	

Вариант 2

Задание 1

81!

10^{81}

$$10^{81} = (2 \cdot 5)^{81} = 2^{81} \cdot 5^{81}$$

Рассматриваем ряд чисел

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, ..., 80

$$6 = 2 \cdot 3; 8 = 2^3; 10 = 5 \cdot 2; 12 = 2^2 \cdot 3; 14 = 2 \cdot 7; 15 = 5 \cdot 3; 16 = 2^4; 18 = 2 \cdot 3^2; \dots$$

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, ..., 80

$$2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 2^5 \cdot 5$$

Двоек в произведении: 2^{48}

Пятерок в произведении: 5^{19}

$$81! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 81 = 2^{48} \cdot 5^{19} \cdot 3^{k_1} \cdot 7^{k_2} \cdot 11^{k_3} \quad 115$$

$$\frac{81!}{10^{81}} = \frac{2^{48} \cdot 5^{19} \cdot 3^{k_1} \cdot 7^{k_2} \cdot 11^{k_3}}{2^{81} \cdot 5^{81}} = \frac{3^{k_1} \cdot 7^{k_2} \cdot 11^{k_3}}{2^{33} \cdot 5^{62}}$$

Ответ: $2^3 \cdot 5^{62}$

Задание 4

Рассмотрим любого детского числа x , у которого два деду А и В. При условии что не все детские числа — внуки одного из них, то существует детское число x_2 , которое не приходится внуком А, и детское число x_3 , которое не приходится внуком В, тогда у обоих детских чисел есть общий дед С.

Никаких других дедов, кроме А, В, С у детского числа нет. На трёх дедов 81 внука, а так как на одного детского числа приходится два деду, то как минимум на одного из них дедов приходится не менее $\frac{2}{3}$ от всех детских чисел, что равняется 54, (6); т.к. внуки не могут быть дробными, то как минимум на одного деду приходится более 54-х детских чисел, Ч. М. Д.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-10-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

Задание 2

Пусть m -кол-во участников кружка «Алгебраическая логика»,
тогда n -кол-во участников кружка «Робототехника», ~~тогда~~
составим систему неравенств из условия:

$$\begin{cases} m+n > 29 \\ m-2 > 3n \\ 3m-2n < 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n > 29 \\ m-3n > 2 \\ -3m+2n > 60 \end{cases} \begin{cases} 3m+3n > 87 \\ m-3n > 2 \\ -3m+2n > -60 \end{cases}$$

Сложим первое и второе неравенства

$$\begin{aligned} 3m+3n &> 87 \\ + m-3n &> 2 \\ \hline 4m &> 89 \Rightarrow m > 22,25 \end{aligned}$$

Добавим второе и третье неравенства, чтобы перед n бы одинаково-
вые коэф:

$$\begin{aligned} 2m-6n &> 2 \\ + -9m+6n &> -180 \\ \hline -7m &> -178 \Rightarrow m < 25\frac{1}{7} \end{aligned}$$

учитывая целочисленность m , получаем что:

$$m=23; m=24; m=25$$

Проверим $m=25$:

Подставим первое и второе неравенства начальных системы, получим
систему:

$$\begin{cases} n > 4 \\ n < 7\frac{2}{3} \\ n > 7\frac{1}{2} \end{cases} - \text{нет целочисленных решений}$$

Проверим $m=24$ этим же способом:

$$\begin{cases} n > 5 \\ n < 7\frac{1}{3} \\ n > 6 \end{cases} - \text{отсюда получаем, что } n=7$$

Проверим $m=23$ этим же способом:

$$\begin{cases} n > 6 \\ n < 7 \\ n < 4 \end{cases} - \text{не имеет целочисленных решений}$$

Ответ: 4 школьника

128



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-10-07

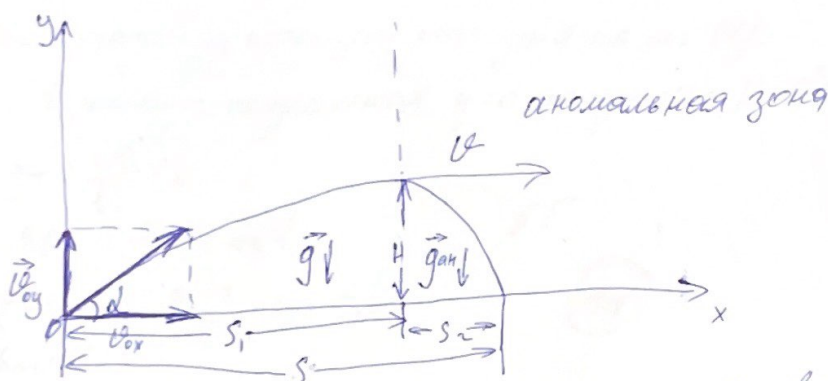
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

Задание 5

$$\begin{aligned} v_0 &= 10 \text{ м/с} \\ \alpha &= 30^\circ \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \\ S &= 25,98 \text{ м} \end{aligned}$$

дан - ?



- ① Для того, чтобы найти дан, рассмотрим движение камня до попадания в аномальную зону и определим S, H и v . Кинематическое ур-е в проекции на ось:

$$Ox: S_1 = v_0 \cos \alpha t_1 \quad (1) \quad 15$$

$$Oy: H = v_0 \sin \alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2} \quad (2) \quad 15$$

у ур-е мгновенной скорости на:

$$Ox: v_x = v_0 \cos \alpha \quad (3) \quad 15$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt_1 \quad (4) \quad 15$$

Подставив значения v_0, α, g в (1); (2); (3); (4), получим:

$$S_1 = 10\sqrt{3}t_1$$

$$H = 10t_1 - 5t_1^2$$

$$v_x = 10\sqrt{3}$$

$$v_y = 10 - 10t_1, \text{ а т.к. } v_y = 0 \Rightarrow t_1 = 1, \text{ тогда}$$

$$S_1 = 10\sqrt{3}; H = 5 \text{ м}$$

- ② Рассмотрим движение внутри аномалии.

Кинематическое ур-е в проекции на ось Ox :

$$S = S_1 + v_x t_2 \quad (5) \quad 15$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 51-10-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

Продолжение задания 5

Искомое $g_{ан}$ выразим из проекции кин. ур-я на ось OY :

$$g = H - \frac{g_{ан} t_c^2}{2}. \text{ В момент приземления } y = 0, \text{ получим: } H - \frac{g_{ан} t_c^2}{2} = 0$$

$$\frac{g_{ан} t_c^2}{2} = H; \quad g_{ан} = \frac{2H}{t_c^2} \quad (6)$$

$$\text{Из (5): } 25,98 = 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} t_c$$

$$t_c = \frac{25,98 - 10\sqrt{3}}{10\sqrt{3}} = \frac{25,98 - 1}{10\sqrt{3}} \approx 0,5$$

t_c подставим в (6):

$$g_{ан} = \frac{2 \cdot 1,5}{0,5^2} = 40$$

Ответ: 40 м/с^2

Задание 6

$$W = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \text{К}^4}$$

$$L = 25 \text{ см}$$

$$D = 1 \text{ мм}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$T = ?$

$$\begin{matrix} 0,25 \text{ м} \\ 10^{-3} \text{ м} \end{matrix}$$

Поскольку шмукнее будет пов-ти проволоки, то тепловая мощность:

$$N = S \cdot W$$

$$\text{где } S = 2\pi R L = \pi D L$$

Площадь по поверхности проволоки, тогда:

$$N = \pi D L \cdot \sigma T^4 \quad (1)$$

Мощность выразим из мощности тока, который протекает по проволоке:

$$N = I \cdot U / 2$$

$$(1) \Rightarrow (2): \pi D L \cdot \sigma T^4 = I U$$

откуда:

$$T = \sqrt[4]{\frac{I U}{\pi D L \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 220}{3,14 \cdot 0,25 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-3}}} = 222,8 \text{ К}$$

Ответ: $222,8 \text{ К}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

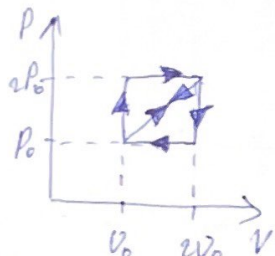
шифр 51-10-04

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 2

Задача 7

$V_1 = V_2$
 $i = 3$
 $\eta_{134} = ?$
 η_{123}



① КПД газа за цикл 134: $\eta_{134} = \frac{A_{134}}{Q_{нагр}}$ (1) 25

Найдём работу газа, как S_{Δ} -ка:

$$A_{134} = \frac{1}{2} (2V_0 - V_0) (2P_0 - P_0) = \frac{1}{2} V_0 P_0 (2)$$

Теплота подводимая от нагревателя на участке 1-3.

из 1-го закона термодинамики: $Q_{нагр} = Q_{13} = \Delta U_{13} + A_{13}$ (3)

$$\Delta U_{13} = \frac{5}{2} (2P_0 V_0 - P_0 V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad (4)$$

Работу найдём как площадь трапеции:

$$A_{13} = (P_0 + 2P_0) (2V_0 - V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad (5)$$

$$(4); (5) \rightarrow (3): Q_{нагр} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 = 3 P_0 V_0 \quad (6)$$

$$(2); (6) \rightarrow (1): \eta_{134} = \frac{P_0 V_0}{3 P_0 V_0} = \frac{1}{3} \quad (7)$$

② Аналогично найдём КПД за цикл 1-2-3-4; $\eta_{123} = \frac{A_{123}}{Q'_{нагр}}$ (8)

$$A_{123} = \frac{1}{2} (2P_0 - P_0) (2V_0 - V_0) = \frac{1}{2} P_0 V_0 \quad (9)$$

$$Q_{нагр} = Q_{12} + Q_{23}$$

Применим на 1-2 как термодинамики:

$$Q'_{нагр} = \Delta U_{12} + A_{12} + \Delta U_{23} + A_{23} = \Delta U_{123} + A_{123} \quad (10)$$

$A_{12} = 0$, так как $\Delta V = 0$

$$\Delta U_{123} = \frac{1}{2} (2P_0 2V_0 - P_0 V_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad \frac{3}{2} P_0 V_0 = \frac{3}{2} P_0 V_0 \quad (11)$$

$$A_{23} = 2P_0 (2V_0 - V_0) = 2 P_0 V_0 \quad (12)$$

$$(11); (12) \rightarrow (10): Q_{нагр} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + 2 P_0 V_0 = \frac{7}{2} P_0 V_0 \quad (13)$$

$$(9); (13) \rightarrow (8): \eta_{123} = \frac{P_0 V_0}{\frac{7}{2} P_0 V_0} = \frac{2}{7}; \quad \eta_{134} = \frac{1 \cdot 13}{12 \cdot 1} = \frac{13}{12} \approx 1,08$$

Ответ: 1,08



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 31-10-07

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

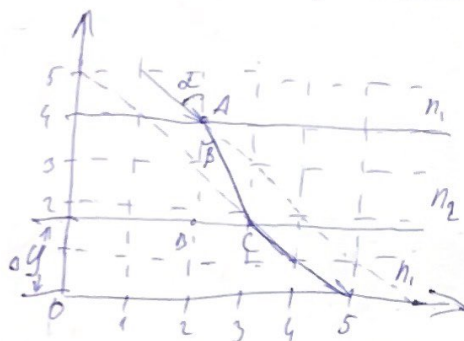
Вариант 2

Задание 8

$$n_2 = 1,6$$

$$n_1 = 1$$

$$\Delta y = ?$$



60

- Из рисунка видно, что часть луча (1), являющаяся диагональю и ~~перпендикулярно~~ падает под углом 45° к нормали угла в точке пересечения двух сред. 20
- Из закона преломления: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$; $\frac{\sin 45^\circ}{\sin \beta} = 1,6$ 20
тогда $\sin \beta = \frac{\sin 45^\circ}{1,6} = \frac{0,707}{1,6} = 0,442$
- По определению $\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$; т.к. $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta$;
тогда, ~~sin~~ $\tan \beta = \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = \sqrt{\frac{1}{4,12}}$ 20
- Из рисунка видно, что $\tan \beta = \frac{BC}{AB}$; $AB = 4 - \Delta y$