



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-36/1-10-13

Задача №1

Дано:

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$m = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$r = 54,6 \cdot 10^9 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$F = ?$

Решение

Притяжения между Землей и Марсом =

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(54,6 \cdot 10^9 \text{ м})^2} =$$

$$= 0,0859155 \cdot 10^{24+23-11-18} \text{ Н} = 0,0859155 \cdot 10^{18} \text{ Н} =$$

$$= 8,59155 \cdot 10^{16} \text{ Н}$$

Ответ: $F = 8,59155 \cdot 10^{16} \text{ Н}$

Задача

Дано:

$$R_{\pi} = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$g = 3,70 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$v = ?$

№2

Решение:

Сила притяжения спутника к Марсу:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}$$

где M - масса Марса
 m - масса спутника

II 3. Ньютон

для спутника (на него действует только сила притяжения Марса)

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

Т.к. ~~сил~~ ~~остаточные~~

Движение

по орбите будем

считать движение по окружности

следовательно ускорение центростремительное

$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$1) F = m \frac{v^2}{R}$$

подставим F

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R}}$$

2) Когда спутник у поверхности: $R = R_{\pi}$

$$mg = G \frac{Mm}{R_{\pi}^2} \quad | \cdot R_{\pi}$$

$$3) g R_{\pi} = G \frac{M}{R_{\pi}}$$

1) Пусть спутник запускается с поверхности, тогда $R = R_{\pi}$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{R_{\pi}}}; \text{ подставим } 3) \quad v = \sqrt{g R_{\pi}} \Rightarrow v = \sqrt{3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3430 \cdot 10^3 \text{ м}} = 3562,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А36/1-10-13

Ответ к задаче №2: $v = 3562,4 \frac{м}{с}$

Дано:
 $V = 100 \cdot 10^{-3} м^3$
 $P_1 = 10^7 Па$
 $T_1 = 27^\circ C$
 $m = 1 кг$
 $T_2 = 17^\circ C$
 $R = 8,31$
 $\rho_0 = 1000 \frac{кг}{м^3}$
 $m_0 = 4 кг$
 $P_2 = ?$

СИ

$300^\circ K$

$290^\circ K$

Задача №3

Деление:

Уравнение

$$1) \frac{P_1 V}{T_1} = \frac{m_1 R}{M}$$

$$2) \frac{P_2 V}{T_2} = \frac{m_2 R}{M}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{T_1 m_1} = \frac{P_2}{T_2 m_2}$$

Менделеева - Клапейрона

R - газовая постоянная
 $V = \text{const}$, ρ и ρ_0 не меняются

$M = \text{const}$, ρ и ρ_0 не меняются

$$P_2 = \frac{P_1 T_2 m_2}{T_1 m_1}$$

$$(m_2 = m_1 - m)$$

$$P_2 = \frac{P_1 T_2 (m_1 - m)}{T_1 m_1} \quad (3)$$

Из 1) $m_1 = \frac{P_1 V M}{R T_1}$, где $M = \frac{m_0}{\rho_0}$

$$M = \frac{4 кг}{1000 \frac{кг}{м^3}} = 4 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{м^3}$$

Подставим m_1 в (3)

$$P_2 = \frac{P_1 T_2 \left(\frac{P_1 V M}{R T_1} - m \right)}{T_1 \frac{P_1 V M}{R T_1}} \Rightarrow P_2 = \frac{R T_2 \left(\frac{P_1 V M}{R T_1} - m \right)}{V M}$$

$$P_2 = \frac{8,31 \cdot 290 \left(\frac{10^7 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} - 1 \right)}{10^2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = \frac{602,475 \cdot (0,1604 \cdot 10^{-1})}{10^{-4}} =$$

$$= 363,8949 \cdot 10^4 = 0,36389 \cdot 10^7 Па$$

Ответ: $P_2 = 0,36389 \cdot 10^7 Па$



Задача №4

Дано:

$$h = 3000 \text{ м}$$

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

$$m_2 = 2 \text{ кг}$$

$$\tau = 2 \text{ с}$$

$$E = 247 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

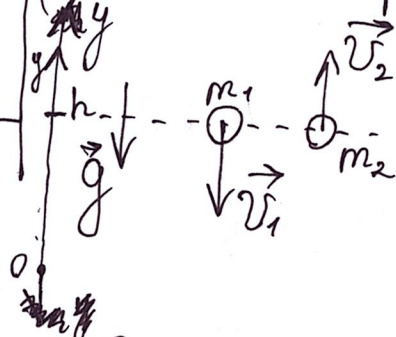
$$g = 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$v_1', v_2' - ?$$

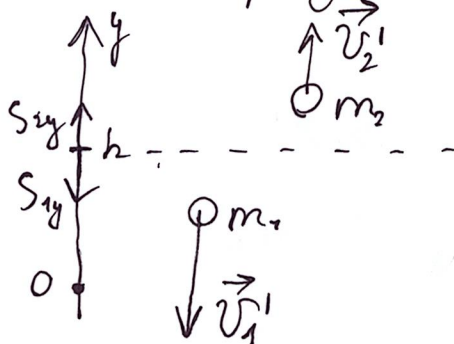
Решение:

Ускорение свободного падения у поверхности Марса будем считать равным ускорению свободного падения на высоте h , т.к. h незначительно мала по сравнению с радиусом Марса

(1) Момент разделения



(2) Через $\tau = 2 \text{ с}$



(3) До разделения



1. Пусть предположим, что после разделения планета не разрушилась $E(1) = E(3) = E$

$$E(3) = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + (m_1 + m_2)gh \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2(E - (m_1 + m_2)gh)}{(m_1 + m_2)}}$$

2. ЗСИ для (3) и (1), если v — скорость центра масс

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$0y: -(m_1 + m_2)v = -m_1v_1 + m_2v_2 \Rightarrow m_1v_1 = (m_1 + m_2)v + m_2v_2$$

3. Распишем полную мех. энергию в момент (1)

$$E(1) = m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_1 gh + m_2 \frac{v_2^2}{2} + m_2 gh$$

$$m_1 \frac{v_1^2}{2} = E - m_1 gh - m_2 gh - m_2 \frac{v_2^2}{2}$$



Обсуждение в двух объектах с ускорением, по принципу

1. перемещение

$$Oy: -S_1 = -v_1 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

$$S_2 = v_2 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$$

2. Координаты тел: $h_1 = h - S_1$

$$h_2 = h + S_2$$

$$Oy: \begin{cases} -v_1' = -v_1 - g\tau \\ v_2' = v_2 - g\tau \end{cases}$$

4. ЗСЭ:

$$E_1 = E_2 = E$$

$$(m_1 + m_2)gh + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = m_1 gh_1 + \frac{m_1 v_1'^2}{2} + m_2 gh_2 + \frac{m_2 v_2'^2}{2}$$

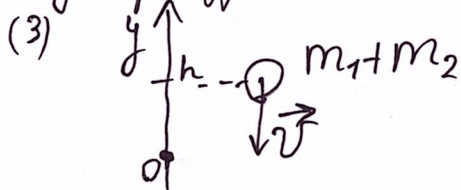
Подставим $m_1 = 3$, $m_2 = 2$, $m_1 + m_2 = 5$ для упр. вычисл.

$$5gh + \frac{3}{2}v_1^2 + \frac{2}{2}v_2^2 = 3g(h - v_1\tau - \frac{g\tau^2}{2}) + 2g(h + v_2\tau - \frac{g\tau^2}{2}) + \frac{3}{2}(v_1 + g\tau)^2 + \frac{2}{2}(v_2 - g\tau)^2$$

$$5gh + \frac{3}{2}v_1^2 + \frac{2}{2}v_2^2 = 3gh - 3gv_1\tau - \frac{3g^2\tau^2}{2} + 2gh + 2gv_2\tau - \frac{2g^2\tau^2}{2} + \frac{3}{2}v_1^2 + 3v_1g\tau + \frac{3g^2\tau^2}{2} + \frac{2}{2}v_2^2 - 2v_2g\tau + \frac{2g^2\tau^2}{2}$$

$$\frac{3}{2}v_1^2 + \frac{2}{2}v_2^2 = \frac{3}{2}v_1^2 + \frac{2}{2}v_2^2; \quad \frac{3v_1^2 + 2v_2^2}{2} = E$$

5. Предполагая движение груза непосредственно до разделения:



$$\text{По з.е. э: } E_1 = E_3 = E$$

$$E_3 = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} + (m_1 + m_2)gh$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(E - (m_1 + m_2)gh)}{(m_1 + m_2)}}$$

$$v = 276,767 \frac{m}{c}$$

6. ЗСИ до разд. и после:

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

$$Oy: -(m_1 + m_2)v = -m_1v_1 + m_2v_2$$

$$(m_1 + m_2)v = m_2v_2 - m_1v_1$$

$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)v + m_2v_2}{m_1}$$



Дано:
 $m = 500 \text{ кг}$
 $R = 3430 \cdot 10^3 \text{ м}$
 $g = 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $A = ?$

Задача №5
Решение:

1) Можно пренебречь высотой, т.к. она незначительно мала по сравнению с радиусом Марса.
тогда необходимая скорость (первая космическая для Марса)

$$v = \sqrt{gR}$$

2) Угнаношь спутник похсетя на похрхности, $E_0 = 0$,
тогда его выведут на орбиту: $E_1 = \frac{mv^2}{2}$
(E_0 пренебрегают т.к. пренебрегают h)

3) Закон сохранения энергии
 $\Delta E = A$

$$E_1 - E_0 = A$$

$$\frac{mv^2}{2} - 0 = A, \text{ где } v = \sqrt{gR}$$

$$\frac{mgR}{2} = A$$

$$A = \frac{5 \cdot 10^2 \text{ кг} \cdot 3430 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 3,7 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 3172,75 \cdot 10^6 \text{ Дж.} =$$

$$= 3172,75 \text{ МДж.}$$

Ответ: $A = 3172,75 \text{ МДж.}$