

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-07-19

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	11	12	13	13	10	10	15	15	99

Вариант 4

~5
Объём куба - $3 \cdot 3 \cdot 3 \text{ м}^3 = 27 \text{ м}^3$

Объём ящика - $40 \text{ см} \cdot 70 \text{ см} \cdot 90 \text{ см} = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 1,9 \text{ м}^3 =$
 $= 0,532 \text{ м}^3$. Значит куб заполнится водой пол-
ностью когда объём воды станет равен $27 \text{ м}^3 -$
 $- 0,532 \text{ м}^3 = 26,468 \text{ м}^3 = 26468 \text{ л}$. Это произойдёт через

$$\frac{26468 \text{ л}}{1650 \frac{\text{л}}{\text{мин}}} \approx 16 \text{ мин}$$

Ответ: 16 мин

~6

Длина терема - $20 \cdot 1,8 \text{ м} = 18 \text{ м}$

Ширина терема - $12 \cdot 0,7 \text{ м} = 8,4 \text{ м}$

Высота терема - $12 \cdot 0,45 \text{ м} = 12 \cdot \frac{9}{20} \text{ м} = 5,4 \text{ м}$

Площадь окна - $(2 \cdot 0,45 \text{ м}) \cdot (3 \cdot 0,45 \text{ м}) = 0,9 \text{ м} \cdot 1,35 \text{ м} = 1,215 \text{ м}^2$

Площадь стены (длина-высота) - $18 \text{ м} \cdot 5,4 \text{ м} = 97,2 \text{ м}^2$

Площадь стены (ширина-высота) - $8,4 \text{ м} \cdot 5,4 \text{ м} = 45,36 \text{ м}^2$

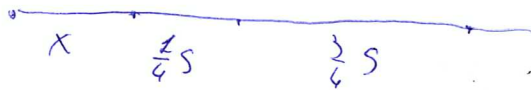
Площадь поверхности, которую надо пок-
расить равна:

$$2 \cdot 97,2 \text{ м}^2 + 2 \cdot 45,36 \text{ м}^2 - 4 \cdot 1,215 \text{ м}^2 = 194,4 \text{ м}^2 + 90,72 \text{ м}^2 - 9,72 \text{ м}^2 =$$
$$= 275,4 \text{ м}^2. \text{ Одного литра краски хва-}$$

тает на 5 м^2 , в банке $5 \text{ л} \Rightarrow$ банки хватает на 25 м^2 . Значит для покраски требуется:

$$\frac{275,4}{25} \text{ банок} = \frac{275,4}{25} \Big| \frac{25}{11,01} \dots \Rightarrow \text{потребуется } 12 \text{ банок.}$$

Ответ: 12 банок. ✓



Пусть друг Пети находится на расстоянии x от начала тоннеля, а длина тоннеля S .
 Тогда расстояние от Пети до начала тоннеля — $\frac{1}{4}S$, до конца тоннеля — $\frac{3}{4}S$.
 Пусть V_P — скорость Пети, V_D — скорость друга.
 Тогда по условию:

$$\frac{x}{V_D} = \frac{\frac{1}{4}S}{V_P} \Rightarrow V_P \cdot x = V_D \cdot \frac{1}{4}S \quad (1)$$

$$\frac{x+S}{V_D} = \frac{\frac{3}{4}S}{V_P} \Rightarrow V_P \cdot x + V_P \cdot S = V_D \cdot \frac{3}{4}S \quad (2)$$

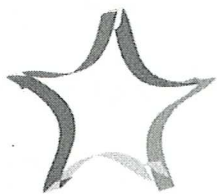
Подставим (1) в (2):

$$V_D \cdot \frac{1}{4}S + V_P \cdot S = V_D \cdot \frac{3}{4}S$$

$$V_P \cdot S = V_D \cdot \frac{3}{4}S - V_D \cdot \frac{1}{4}S = V_D \cdot \frac{1}{2}S \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2V_P = V_D \Rightarrow$ скорость Пети меньше
 в 2 раза

Ответ: в 2 раза. ✓

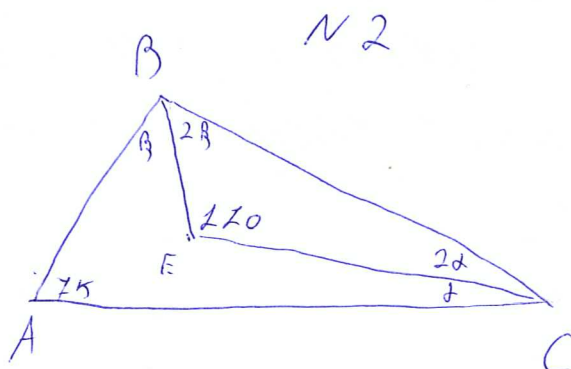


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-07-19

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



1) По условию. $\angle ABC = 3\beta$, $\angle ACB = 3\alpha$

2) $\angle BCE = 2\angle ACE$, $\angle ACB = 3\alpha \Rightarrow \angle BCE = 2\alpha$, $\angle ACE = \alpha$

3) $\angle CBE = 2\angle ABE$, $\angle ABC = 3\beta \Rightarrow \angle CBE = 2\beta$, $\angle ABE = \beta$

4) По т.о. сумме углов в $\triangle ABC$, $75 + 3\alpha + 3\beta = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow 3\alpha + 3\beta = 105^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 35^\circ$

5) По т.о. сумме углов $\triangle BEC$, $\angle BEC = 180 - 2\alpha - 2\beta =$
 $= 180 - 2(\alpha + \beta) = 180 - 2 \cdot 35 = 180 - 70 = 110^\circ$

Ответ: $\angle BEC = 110^\circ$ ✓

3 - 13 - 20 - 8 - 14 - 20

Построим последовательность дальше:
~~сумма~~ $13^2 = 169$ - сумма цифр - 16, $16 + 4 = 20$; $20^2 =$
 $= 400$, сумма цифр - 4, $4 + 4 = 8$; $8^2 = 64$, сумма цифр -
 10, $10 + 4 = 14$; $14^2 = 196$, сумма цифр - 16, $16 + 4 = 20$. Мы

снова получили число 20, т.е. цепочка замкнулась и последовательность представляет из себя: 3, 13 и далее блоки [20, 8, 14], т.е. ~~также~~ ~~на $3k+2$ и т.д.~~ чтобы найти 2024-е число, вычитаем 2 (первые 2 числа 3, 13), получаем 2022, далее берём по модулю 3: $2022 = 0 \pmod{3}$. Значит 2024-е число будет числом из тройки [20, 8, 14] с номером места, кратным 3, т.е. ~~то~~ число 14.

Ответ: 14 ✓

$10^{80} = 2^{80} \cdot 5^{80} \Rightarrow$ дробь может быть сокращена только на степени 2 и 5. Найдём степень вхождения 2 и 5 в $80!$

$$2^1: 2, 4, 6, 8, \dots, 80 - 40 \text{ чисел}$$

$$2^2: 4, 8, 12, 16, \dots, 80 - 20 \text{ чисел}$$

$$2^3: 8, 16, 24, \dots, 80 - 10 \text{ чисел}$$

$$2^4: 16, 32, 48, 64, 80 - 5 \text{ чисел}$$

$$2^5: 32, 64 - 2 \text{ числа}$$

$$2^6: 64 - 1 \text{ число}$$

Значит степень вхождения 2 в $80!$ - ~~$40+20+10+5+2+1$~~

$$2(40+20+10+5+2+1) = 78$$

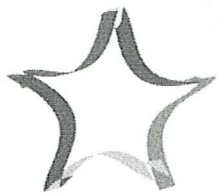
Теперь найдём степень вхождения 5:

$$5^1: 5, 10, 15, 20, \dots, 80 - 16 \text{ чисел}$$

$$5^2: 25, 50, 75 - 3 \text{ числа}$$

Значит степень вхождения 5 в $80!$ - $16+3=19$

Следовательно, знаменатель дроби после максимально возможного сокращения - $\frac{10^{80}}{2^{78} \cdot 5^{19}} = \frac{2^{80} \cdot 5^{80}}{2^{78} \cdot 5^{19}} = 2^2 \cdot 5^{61}$ ✓



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-07-19

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~1
Вычеркнем первые 8 цифр 1, 2, 3, ..., 8. В по-
ступающих двенадцатых темках будем зачер-
кивать все кроме одной 9, например:
10 11 12 13 14 15 16 17 18 19, т.е. 19 цифр.
Мы можем так сделать еще 3 раза.
Получим число:

9999 41 42 43 44 45 46 47 48 49 ... 80. Из этого
зачеркнуть еще 80 - 8 - 19 - 3 = 25 цифр. Зачеркнем
все десятичными 0, как раз 25 цифр.
Получим число: 99998495051...80 - 15.

~2
99998495051...80. Это будет максимальным,
т.к. получено максимизацией первых разря-
дов.

Найдём плотность по стандарту.
Пусть m - масса трубы. Тогда:

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{m}{V_{\text{ст}}} = \frac{1}{\frac{0,7}{2,8} + \frac{0,3}{4,5}} \cdot \frac{2}{\text{см}^3} = \frac{1}{\frac{3,15 + 2,34}{35,1}} \cdot \frac{2}{\text{см}^3} = \frac{35,1}{5,49} \cdot \frac{2}{\text{см}^3}$$

Найдём плотность полученной трубы.
Пусть V - объём трубы. Тогда:

$$p_{\text{avg}} = \frac{0,7 \cdot p_{\text{cr}} + 0,3 \cdot p_r}{\alpha} = (0,7 \cdot 7,8 + 0,3 \cdot 4,5) \frac{2}{\alpha} = (5,46 + 1,35) \frac{2}{\alpha} =$$

$$= 6,81 \frac{2}{\alpha}$$

$$\frac{p_{\text{avg}}}{p_{\text{nom}}} = \frac{6,81}{35,1} = \frac{6,81 \cdot 5,49}{35,1} = \frac{37,3869}{35,1}$$

Ответ: $b \frac{37,3869}{35,1} \text{ раз}$ ✓