

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-63

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 1

Рассчитаем степень вхождения 2 и 5
в $80!$. ($\deg_k(n)$ - степень вхождения k в n)

$\left[\frac{80!}{2^i} \right]$ - кол-во чисел от 1 до $80!$ на 2^i

$$\deg_2(80!) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{80!}{2^i} \right] = \sum_{i=1}^{i=6} \left[\frac{80!}{2^i} \right], i \cdot k$$

$$\text{при } i \geq 7 \Rightarrow 2^i > 80 \Rightarrow \left[\frac{80!}{2^i} \right] = 0$$

$$\text{Аналогично } \deg_5(80!) = \left[\frac{80!}{5} \right] + \left[\frac{80!}{25} \right]$$

$$\deg_2(80!) = 40 + 20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 78$$

$$\deg_5(80!) = 16 + 3 = 19$$

$$80! = 2^{78} \cdot 5^{19} \cdot S, \text{ где } S \in \mathbb{N} \text{ и } S \not\equiv 2 \text{ и } S \not\equiv 5$$

$$\frac{80!}{10^{80}} = \frac{2^{78} \cdot 5^{19} \cdot S}{2^{80} \cdot 5^{80}} = \frac{S}{4 \cdot 5^{61}}$$

$$\text{Ответ: } 4 \cdot 5^{61}$$

стр 1/8

Задача 2.

xmeno yr. в кружке "Олимп. мат."

ymeno yr. в кружке "Роб."

$$1^{\circ} \quad x + y \geq 30$$

$$2^{\circ} \quad x - 2 > 3y$$

$$3^{\circ} \quad 2y + 60 > 3x > 2y$$

$$1) \quad x - 2 > 3y \quad (2^{\circ})$$

$$3x - 6 > 9y$$

$$2y + 54 > 3x - 6 \quad (3^{\circ})$$

$$\Downarrow$$

$$2y + 54 > 9y$$

$$7y < 54 \rightarrow y \leq 7$$

$$2) \quad x + y \geq 30 \quad (1^{\circ})$$

$$x \geq 30 - y$$

$$2y + 60 > 3x \quad (3^{\circ})$$

$$2y + 60 > 3x > 90 - 3y$$

$$5y > 30 \Rightarrow y > 6$$

$$\Downarrow$$

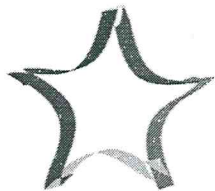
$$2^{\circ} \quad x > 23$$

$$3^{\circ} \quad 2 \cdot 7 + 60 > 3x \Rightarrow x \leq 24$$

$$\Downarrow$$

$$23 < x \leq 24 \Rightarrow x = 24$$

Ответ: в первом кружке 24 yr.



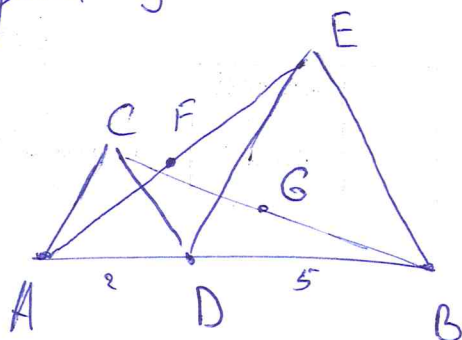
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-63

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 3



Сделаем поворот в
точке D на -60° (т.е. $\downarrow$)

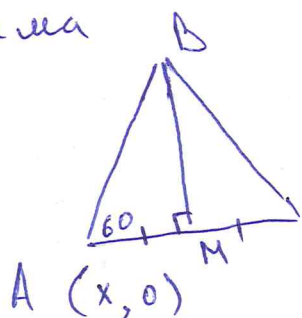
Получим $\angle AD = \angle DC$ и $\angle ADC = 60^\circ$
Получим $DE = DB$ и $\angle EDB = 60^\circ$

$A \rightarrow C$; $E \rightarrow B$ при

повороте $\Rightarrow AE \rightarrow CB \Rightarrow F \rightarrow G \Rightarrow$

$FD = DG$ и $\angle FDG = 60^\circ \Rightarrow \triangle FDG$ равност.

Лемма



Есть равност. $\triangle ABC$, примем
 $A(x, 0)$; $C(y, 0)$ найдем коорд.
B.

Пусть M сер. AC $\Rightarrow M(\frac{x+y}{2}; 0)$ и $B \perp AC$

$$\angle BAM = 60^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{BM}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow BM = \sqrt{3} \cdot AM =$$

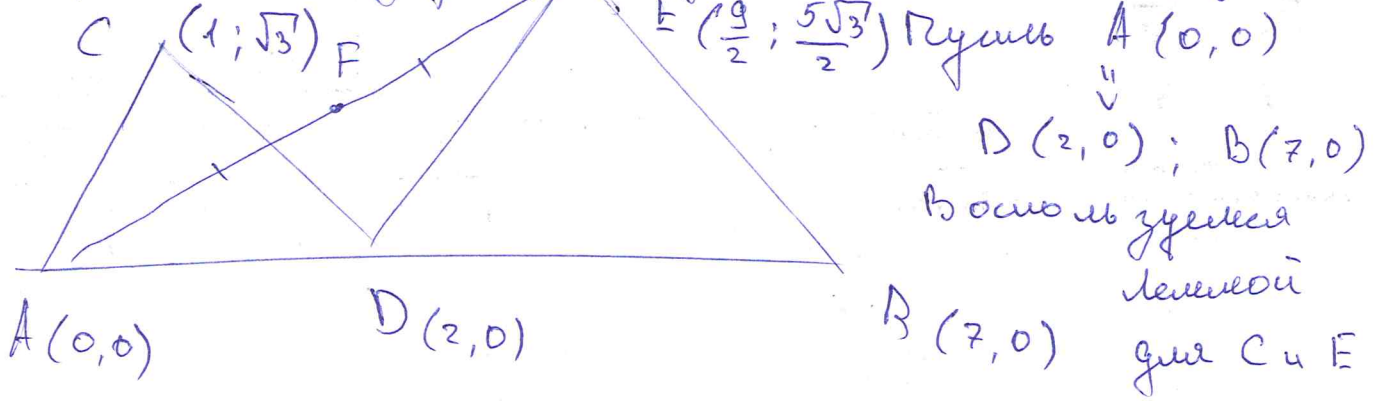
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (y - x)$$

$$B\left(\frac{x+y}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}(y-x)\right)$$

сум 3/8

55-10-63

Вернёмся к задаче и заменим все коор.



$$F \text{ сев } AE \Rightarrow F(\frac{9}{4}; \frac{5\sqrt{3}}{4})$$

т.к. $\triangle DFG$ равн. $\Rightarrow$ доста можно считать FD .

$$FD = \sqrt{(\frac{9}{4} - 2)^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{4})^2} = \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{25 \cdot 3}{4}} = \sqrt{\frac{301}{16}} \approx 4,34$$

Ответ: длина стороны $\frac{\sqrt{301}}{16} \approx 4,34$

Задача 4.

Пусть D - нек. врес гедушек

Сопоставим каждому гедушке i нек d_i :

$|d_i| = 2$; $d_i \subset D$ и d_i - нек гедушек этого гедушка i

1) Если $d_i = d_j$ для любых i и j

$d_i = \{A, B\} \Rightarrow$ гедушка A имеет 80 вучов

2) $\exists i, j$: $d_i \neq d_j$, а ~~не~~ по условию у нас есть общий гедушка A



т.е. $\exists k$: $d_k = \{A; D\}$, где $D \neq B$ и $D \neq C$

Предположим $\exists f$: $A \notin d_f \Rightarrow$ т.к. d_f пересек. d_i, d_j и d_k , то

$D, B, C \in d_f$, что невозможно, т.к. $|d_f| = 2 \Rightarrow$

смысл 4/а



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-63

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 4

$\rightarrow A \in d_f$ для любого $f \Rightarrow A$ явл. гедушкой
для 80 гед

2° $\exists k: d_k = \{A; D\} \Rightarrow \forall k: d_k = \{A, B\}$ или
 $\{A, C\}$ или $\{B, C\}$

Пусть $\{A, B\} - L_1$ мну
 $\{A, C\} - L_2$ мну
 $\{B, C\} - L_3$ мну

$L_1 + L_2 + L_3 = 80$. A гедушка для $L_1 + L_2$ гед.
 C - для $L_2 + L_3$
 B для $L_1 + L_3$

$$(L_1 + L_2) + (L_2 + L_3) + (L_1 + L_3) = 160$$

одно из этих чисел можно $> \frac{160}{3} \Rightarrow \geq 54$

Победа

Задача 5:

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

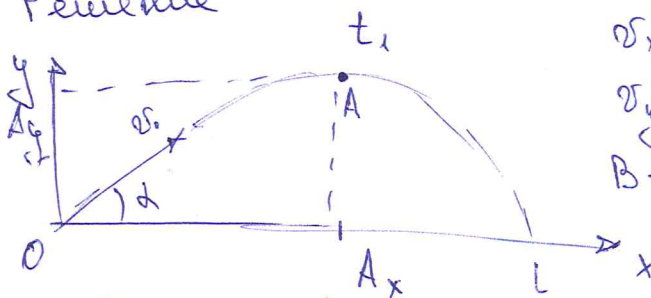
$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$S = 5,196 \text{ м}$$

$$g_1 = ?$$

Решение



$$v_x^0 = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_y^0 = v_0 \cdot \sin \alpha$$

В точке A: $v_y = 0 \Rightarrow$

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$OA_x = t_1 \cdot v_x^0$$

$$OA_y = \frac{t_1 \cdot v_y^0}{2}$$

смп 5/8 $\rightarrow$ од.

$$OA_x = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \cdot v_0 \cdot \cos \alpha = \frac{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{10} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ м}$$

$$OA_y = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2g} = \frac{100 \cdot \frac{1}{4}}{20} = \frac{5}{4}$$

Теперь найдем смещение из A: $v_0^y = 0$
 $v_0^x = v_0 \cdot \cos \alpha$

Пусть через t_1 миним. ускорен

$$v_0^x \cdot t_1 = S - OA_x = 5,196 - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

$$t_1 = \frac{0,866}{v_0 \cdot \cos \alpha} = \frac{0,866}{\sqrt{3}} \cdot 2 = 0,1$$

$$\frac{g_1 \cdot t_1^2}{2} = OA_x$$

$$g_1 = \frac{OA_y \cdot 2}{t_1^2} = \frac{5/4 \cdot 2}{0,01} = 250 \text{ м/с}^2$$

Ответ: $g_1 = 250 \text{ м/с}^2$

Задача 6

Дано:

$$W = \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{с} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$$

$$L = 0,5 \text{ м}$$

$$d = 0,002 \text{ м}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$$T = ?$$

см. 26/8

Решение:

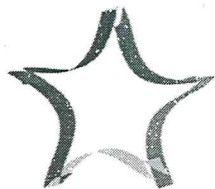
когда T - запущенная $\Rightarrow$
 $\Rightarrow Q_{\text{ном}} = Q_{\text{гр.}} \Rightarrow$

$$\frac{Q_{\text{ном}}}{t} = P = \frac{Q_{\text{гр.}}}{t} = W \cdot S$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 2 + \pi d \cdot L = 0,00314628$$

$$P = U \cdot I = 1100 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

$$T^4 = \frac{1100}{\sigma \cdot S} = \frac{1100 \cdot 10^{16}}{5,67 \cdot 314628} = (1576)^4$$



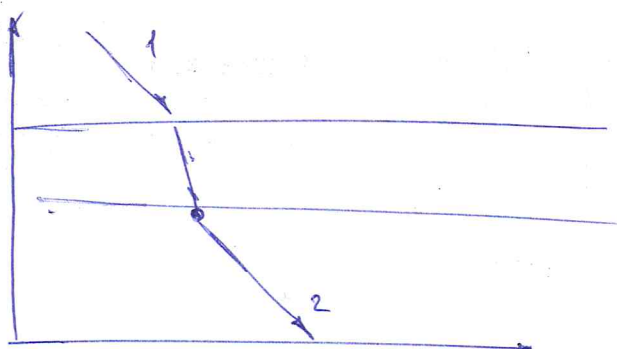
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 55-10-63

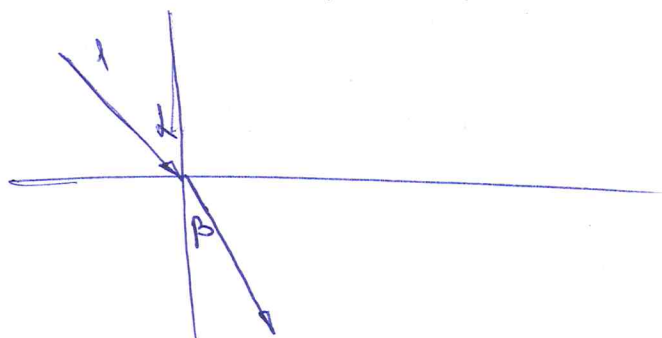
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Задача 8



Т.е. нижняя грань
проходит через точку
пересечения круга
и луча после преобразо-
вания



$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n = 1,5$$

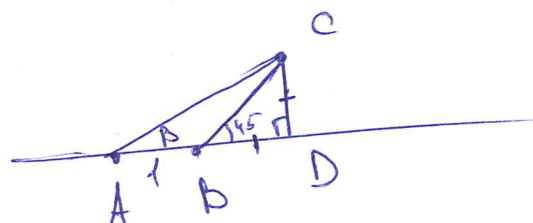
$$\alpha = 45^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha \cdot 2}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

Рассмотрим подобие



$$PC \perp AB \Rightarrow CD = BD$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{CD}{AD} = \frac{BD}{BD+1}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{BD}{BD+1}$$

$$\sqrt{2} BD + \sqrt{2} = \sqrt{7} BD$$

сум 7/8

$$BD = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{71}-\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}(\sqrt{71}+\sqrt{21})}{5} = \frac{\sqrt{141}+2}{5} = \frac{11.571065}{5} = 2,314213$$

нижняя грань $4 - 2,148 = 1,852 = y$. мм

$$y = \frac{13 - \sqrt{141}}{5}$$

Ответ: нижняя грань: $y = \frac{13 - \sqrt{141}}{5} = 1,852$.