



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$\begin{array}{l} B: 20 \cdot (2+x) \text{ км} \\ M: 40 \cdot (1+x) \text{ км} \\ A: 60 \cdot x \text{ км} \end{array} \quad \begin{array}{l} \sqrt{1} \\ \text{из гс} \\ \cancel{20(2+x) + 40(1+x) - 2 \cdot 60 \cdot x \leq 20} \\ |20(2+x) - 60x| + |40(1+x) - 60x| \leq 20 \text{ км} \\ |40 + 20x - 60x| + |40 + 40x - 60x| \leq 20 \end{array}$$

$$|40 - 40x| + |40 - 20x| \leq 20$$

$$|2 - 2x| + |2 - x| \leq 1$$

$$1) x \leq 1$$

$$2 - 2x + 2 - x \leq 1$$

$$4 - 3x \leq 1$$

$$3 - 3x \leq 0$$

$$\boxed{1 \leq x}$$

$$x = 1$$

$$2) 1 \leq x \leq 2$$

$$2x - 2 + 2 - x \leq 1$$

$$\boxed{x \leq 1}$$

$$x = 1$$

$$3) x \geq 2$$

$$2x - 2 + x - 2 \leq 1$$

$$3x - 5 \leq 0$$

$$\boxed{x \leq \frac{5}{3}}$$

$$\emptyset$$

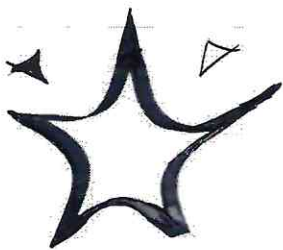
⇒ Единственное пересечение

$$b \quad x = 1$$

⇒ автомобильист

$$\text{проехал } 60x = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 1 \text{ ч} = 60 \text{ км}$$

$$\text{Ответ: } L = 60 \text{ км}$$

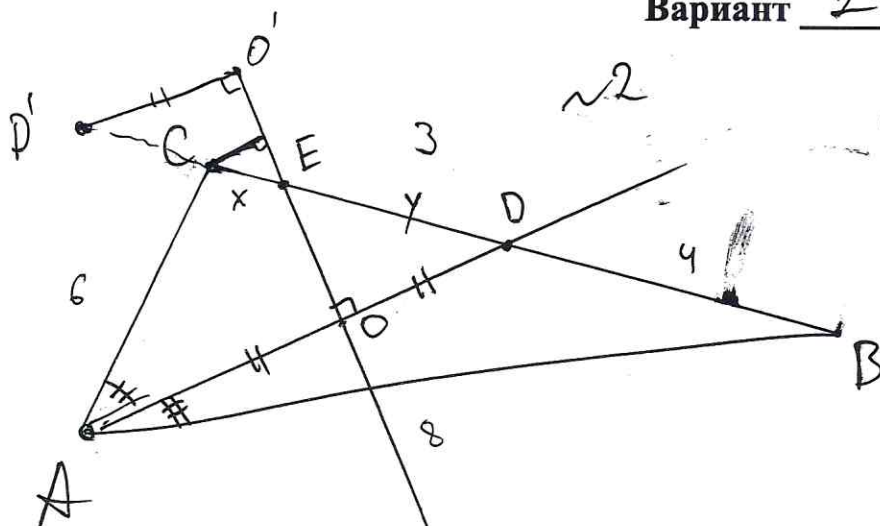


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 72/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



Дано: $AB = 8$
 $BC = 7$
 $AC = 6$
 AD - биссектриса
 $EO \perp AD$
 Найти: $CE : EB$

1) по св-ву биссектрисы

$$\frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{CD}{DB} = \frac{3}{4} \\ CD + DB = 7 = BC \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} CD = 3 \\ DB = 4 \end{array} \right.$$

$$CD + DB = 7 = BC$$

$$\left(\frac{3}{4} + 1 \right) DB = 7$$

$$\Rightarrow BD = 4$$

$$\Rightarrow CD = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3$$

$$x + y = CE + ED = 3$$

$$\frac{x}{y+4} = \frac{CE}{EB}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 72/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~3

Для начала проанализируем массы штек
и найдем "правильное" (одно из возможных)
распределений по группам для выявления
испорченной штеки:

200 ; 300 ; 400 ; 500 ; 600 ; 700 ; 800 ; 900 ; 1000

Σ их веса равна = 5400 ~

Будем делить их на 3 группы по 3 штеки

$5400 : 3$ ($5400 : 3 = 1800$)

$$\Rightarrow \begin{cases} 1000 + 300 + 500 = 1800, \\ 900 + 200 + 700 = 1800, \\ 800 + 600 + 400 = 1800. \end{cases}$$

Первым взвешиванием сравним две любые
из трех групп штек по 1800 ~

1) если они равны $\Rightarrow$ испорч. штека в 3 группе

2) если одна из групп оказалась меньше 1800 ~
(она поднимется вверх на рычажных весах,
т.к. испорч. штека стала весить на 10г меньше,
чем прежде) $\Rightarrow$ испорч. штека в этой группе

Пусть в нашем случае правдой оказался первый
вариант (1) и (2) группы одинак по массе

$\Rightarrow$ в (3) группе испорч. штека 3/11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 32/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

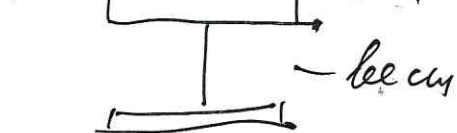
Вариант 1

После выявления трех-этамонов мы знаем какие из них точно "верные" и соответствуют своему весу (6 штук), а в какой группе (3 шт) есть испор. группа тогда проведем взвешивание 2/3 образцов трех из неизг. группы вместе с группами-этамонами, чтобы уравнять все.

→ Аналогичный шаг к первому взвешиванию

X, Y, Z - группа с испор. X, Y, Z - неизг

$$X + \alpha = Y + \beta$$



α, β - эталон - грузы

1) если равны

→ испор. группа Z

если какой-то из них будет больше → груз X или Y соотв. будет испор. (т.к. α, β идеальные) то мы вывели в 1 взвешивании α, β также подберем так, что $X + \alpha = Y + \beta$ гипотеза. равняются по весу если все группы идеальные



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-04-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

~3 (продолжение)

Также рассмотрим пример для нечетности:
мы видим, что в группе (3) исторг. гирька

$$(3) : 800 + 600 + 400 = 1800_2$$

$$\underbrace{800 + (300_{\text{ит}})} = \underbrace{600 + (500_{\text{ит}})}$$

$$800 + 300 = 600 + 500$$

Пусть они равны

→ исторгенная гирька из «400»

~4

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$f(17) = f(135) = 2025$$

$$f(0) \in (-3000; -2000)$$

$$\begin{aligned} a(135)^4 + b(135)^3 + c(135)^2 + d \cdot 135 + e &= \\ = a(17)^4 + b(17)^3 + c(17)^2 + d \cdot 17 + e &= \\ &= 2025 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(0) = a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = e$$

$$\Rightarrow e \in (-3000; -2000)$$

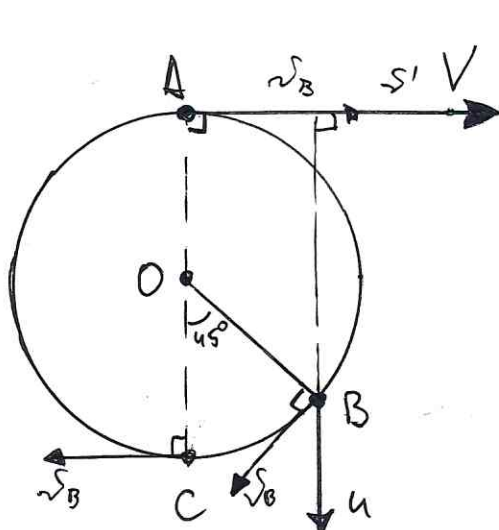


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант _____



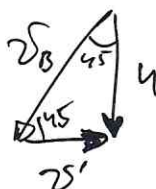
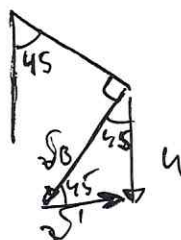
$$V = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

$\angle COB = 45^\circ$
 v_B - вращ. см.
 направ. по касат.
 в сторону вращ.; v' - направ. движения

$$V: \quad \xrightarrow{v_B} \xrightarrow{v'} \Rightarrow \xrightarrow{V}$$

по св-ву прямого Δ $45^\circ; 45^\circ; 90^\circ$

и:

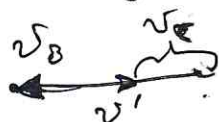


$$\Rightarrow v_C = v'$$

$$v_B = \sqrt{2} v' = \sqrt{2} v_C$$

$\Rightarrow$ скорость в точке C:

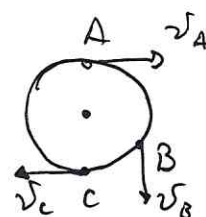
$$v_C = v_B - v' = \sqrt{2} v' - v' = (\sqrt{2} - 1) v'$$



$$v_B + v' = \sqrt{2} v' + v' = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}} = (\sqrt{2} + 1) v' = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

$$\Rightarrow v' = \frac{40 \frac{\text{см}}{\text{с}}}{(\sqrt{2} + 1)}$$

$$\Rightarrow v_C = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)} \cdot 40 \frac{\text{см}}{\text{с}} \approx \frac{0,4}{2,4} \cdot 40 = \frac{40}{6} \approx 6,67 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$



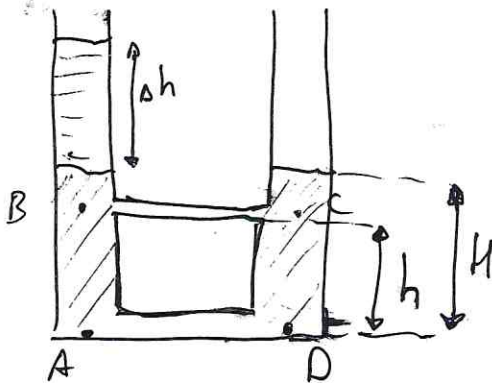


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-04-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



$$\begin{aligned} h &= 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м} \\ V_B &= 10 \text{ л} = 10.000 \text{ см}^3 \\ V_K &= 4 \text{ л} = 4.000 \text{ см}^3 \\ S &= 100 \text{ см}^2 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} \rho_B &= 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\ \rho_K &= 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \end{aligned} \right\}$$

Изначально в обеих сосудах

$$H = \frac{V_B}{2S} = \frac{10.000 \text{ см}^3}{2 \cdot 100 \text{ см}^2} = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м} = H$$

Пусть в левый сосуд залит $V_K = 4 \text{ л}$

$$\Delta h = \frac{V_K}{S} = \frac{4.000 \text{ см}^3}{100 \text{ см}^2} = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м} = \Delta h$$

Обозначим точки A и D - на уровне первой трубки, считая от дна, B и C - соотв. на ур. второй.

Рассмотрим давление в точках A и D

в 1 посыл:

$$\rho_B g H + \rho_K g \Delta h > \rho_B g H$$

тогда вода от H до h перетечет в правое колено (сразу!)

тогда

$$\begin{cases} 1: \rho_B g h + \rho_K g \Delta h = 1000 \cdot 10 \cdot 0,4 + 800 \cdot 10 \cdot 0,4 = 4000 + 3200 \\ 2: \rho_B g (H + H - h) = 1000 \cdot 10 \cdot 0,6 = 6000 + 0 \end{cases}$$

$$7200 > 6000$$

7/11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 12/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

Значит керосин перетечет ^{√6} в правое колено (сосуд)
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{Л: } 4000 + 3200 = 4000 + 2000 + 1200 \quad | \quad \text{т.к. } \rho_k < \rho \\ \text{П: } 6000 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 800 < 1000 \end{array}$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Л: } \rho_{\text{ж}} g h + \rho_k g \Delta h' = 1000 \cdot 10 \cdot 0,4 + 800 \cdot 10 \cdot (0,4 - x) \\ \text{П: } \rho_{\text{ж}} g (2H - h) + \rho_k g (h - \Delta h') = 1000 \cdot 10 \cdot 0,6 + 800 \cdot 10 \cdot x \end{array} \right.$$

$$\text{II} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Л: } 4000 + 2000 + \frac{1200}{2} \\ \text{П: } 6000 + \frac{1200}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{перетекло } \frac{1200}{2} \text{ Па}$$

керосина " 600 Па

$$800 \cdot 10 \cdot x = 600 \text{ Па}$$

$$x = \frac{6}{80} = \frac{3}{40} \text{ м}$$

⇒ в левом сосуде:

$$h_{\text{Л}} = h + \Delta h' = h + (\Delta h - x) = 0,4 \text{ м} + 0,4 \text{ м} - \frac{3}{40} \text{ м} = \frac{8}{10} - \frac{3}{40} = \frac{29}{40} \text{ м}$$

в правом:

$$h_{\text{П}} = 2H - h + (\Delta h - \Delta h') = 0,6 \text{ м} + x = 0,6 \text{ м} + \frac{3}{40} \text{ м} = \frac{6}{10} + \frac{3}{40} = \frac{27}{40} \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ \begin{array}{l} h_{\text{Л}} = \frac{29}{40} \text{ м} \\ h_{\text{П}} = \frac{27}{40} \text{ м} \end{array} \right.$$

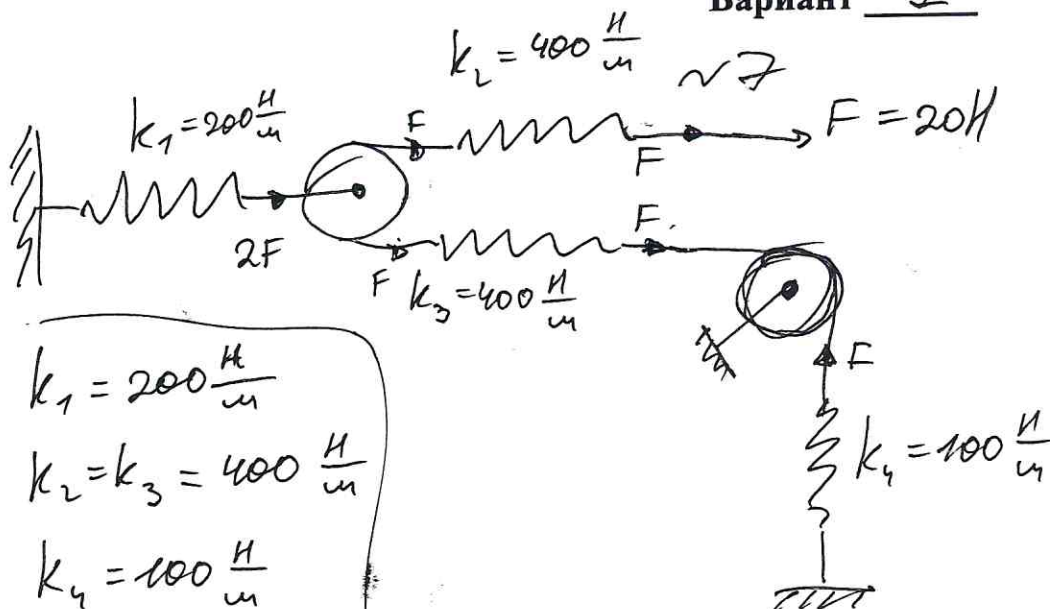


Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 22/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1



$$\begin{aligned} k_1 &= 2F \\ k_2 &= F \\ k_3 &= F \\ k_4 &= F \end{aligned}$$

$$F = k \cdot x$$

$$\Delta x = \frac{F}{k}$$

$$\begin{aligned} k_1 &= 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ k_2 &= k_3 = 400 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ k_4 &= 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \\ F &= 20 \text{ Н} \end{aligned}$$

Расставим силы действующие на каждую пружину:

Тогда удлинение будет $\Delta x_{\text{общ}} = \frac{2F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \frac{F}{k_3} + \frac{F}{k_4} = \dots$

$$= \frac{2 \cdot 20 \text{ Н}}{200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} + \frac{20}{400} \text{ м} + \frac{20}{400} \text{ м} + \frac{20}{100} \text{ м} = 2 \cdot \frac{1}{5} \text{ м} + \left(\frac{1}{20} \cdot 2 \right) \text{ м} + \frac{1}{5} \text{ м} =$$

$$= \frac{1}{5} \cdot 3 + \frac{1}{20} \cdot 2 = \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10} \text{ м} = 0,7 \text{ м}$$

Ответ: $\Delta x_{\text{общ}} = 0,7 \text{ м}$ - сместится точка приложения

$$k_{\text{экр}} = \frac{F}{\Delta x_{\text{общ}}} = \frac{20 \text{ Н}}{0,7 \text{ м}} = \frac{200}{7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = k_{\text{экр}}$$



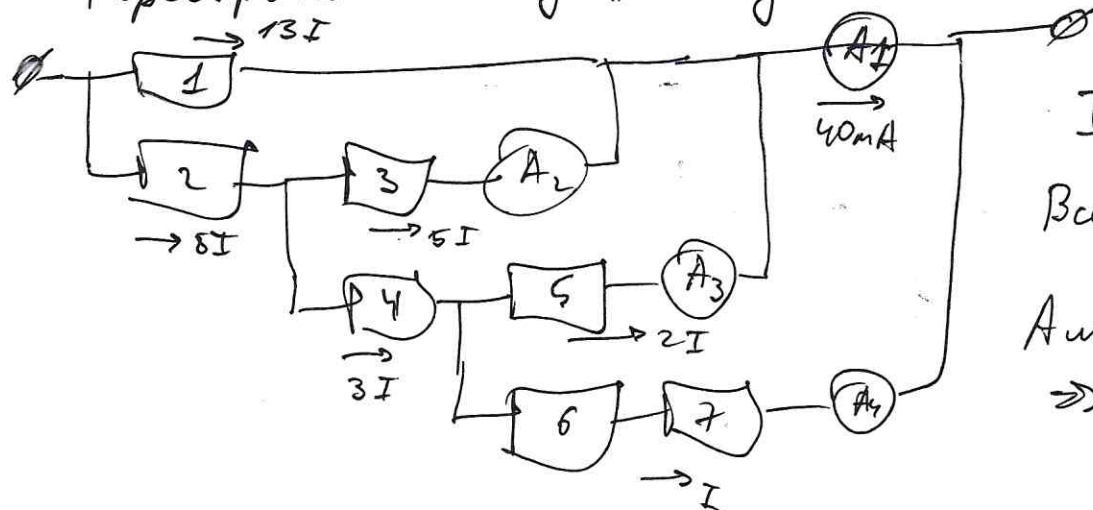
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 72/209-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

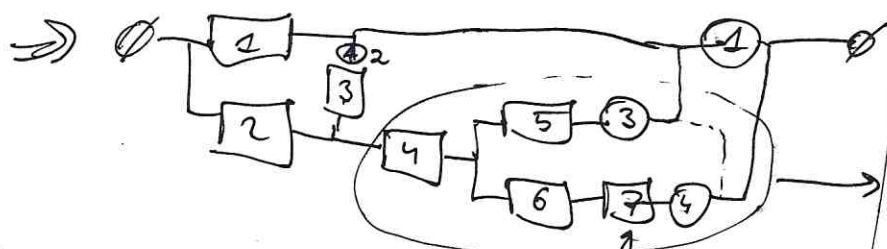
Перестроим кату «схему» в экв.



$$I_1 = 40 \text{ mA}$$

Все резисторы одинак

Амперметры идеальные
⇒ провода



Пусть тут течет ток I

Тогда падт ток

$$2I \cdot R = I \cdot R + I \cdot R$$

$$I_1: 2I + I = 3I$$

Напряж на "3" и на $R_{\text{экв}1}$
тоже должно быть одинаково

$$\Rightarrow R \cdot I' = U' = 5IR$$

$$\Rightarrow I' = \frac{5IR}{R} = 5I$$

$$U_1 = U_2 + U_3 = 8IR + 5IR = 13IR$$

$$R_{\text{экв}1} = R + \frac{2R \cdot R}{2R + R} = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$$

но $R_{\text{экв}1} = \frac{5}{3}R$ ует ток $3I$

$$\Rightarrow U' = R \cdot I = \frac{5}{3}R \cdot 3I = 5IR$$

$$\Rightarrow \text{Ток на } I_2 = I_3 + I_4 = 5I + 3I = 8I$$

10/11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 72/1-09-10

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

$$U_1 = U_2 + U_3 = 8IR + 5IR = IR^{\sim 8}$$

$$\Rightarrow I'' = \frac{18 + 5IR}{R} = 13I$$

Тогда снова рассмотрим *рис на стр. 10*
обозначим там токи и *замечания:*

$$I_1 = I(13 + 5 + 2) = 40 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow 40 \text{ mA} = 20I$$

$$I = 2 \text{ mA}$$

$$\Rightarrow I_2 = 5I = 10 \text{ mA}$$

$$I_3 = 2I = 4 \text{ mA}$$

$$I_4 = I = 2 \text{ mA}$$

Ответ: $I_2 = 10 \text{ mA}$

$$I_3 = 4 \text{ mA}$$

$$I_4 = 2 \text{ mA}$$