

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 61/2-11-85

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	0	8	13	7	15	10	10	4	67

Вариант 1

N 6

Дано:

L, q_1, q_2, m_1, m_2

Найти:

v_1, v_2

по з.с.и

$$-m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

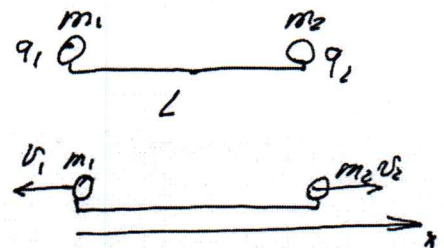
$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2$$

по з.с.э:

$$\frac{k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{2 k q_1 q_2}{L} = m_2 v_2^2 \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}; v_2 = \sqrt{\frac{2 k q_1 q_2 m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$$



N 7

Дано:

$T = 100^\circ\text{C}; \mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$m_1 = 0$

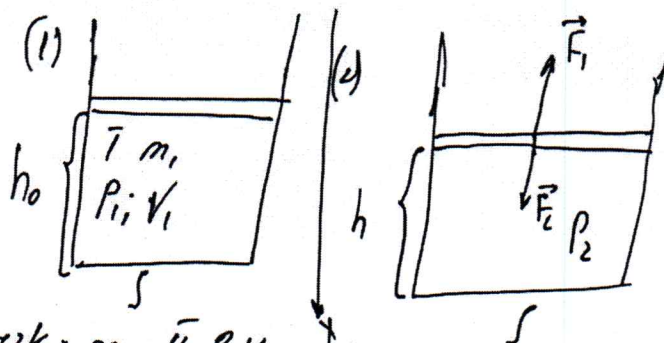
$p_a = 10^5 \text{ Па}$

$h_0 = 0,3 \text{ м}$

$h = 0,1 \text{ м}$

$\frac{p_2}{p_1} = 2$

$m_1 = ?$



$T = 373 \text{ К};$ по II з.н:

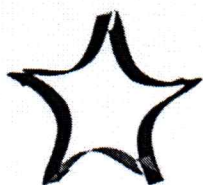
$$p_1 S = p_2 S \Rightarrow p_2 = p_1 \Rightarrow p_1 = \frac{p_a}{L}$$

Запишем уравнение состояния газа (1)

$$p_1 V_1 = \nu R T \quad \nu = \frac{m}{\mu} \quad V_1 = h_0 S$$

$$\frac{p_a h_0 S \mu}{2 R T} = m_1 \quad m_1 = 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

Ответ: $m_1 = 0,87 \text{ г}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-85

N4

$$a_1 \cdot \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \cdot \sin x$$

Можно заметить, что при $n \geq 2$

$$\Rightarrow \cos 10^\circ \cos x + \cos 80^\circ \sin x, \text{ тогда т.к.}$$

$$a_1 \cos x + (a_2 + a_{2023} + a_{2024}) \sin x = \cos 10^\circ \cos x + (\cos 100^\circ + 2 \cos 80^\circ) \sin x$$

$$\text{т.к. } (\cos 100^\circ = -\cos 80^\circ) \Rightarrow \cos 10^\circ \cos x + \sin 10^\circ \sin x = \cos(x - 10^\circ)$$

т.к. значение косинуса лежит в промежутке $[-1; 1] \Rightarrow$ максимум - 1

Ответ: -1

N3

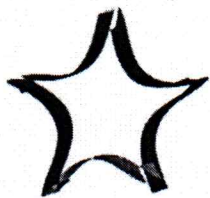
$$4^x + \sin^4 y + \ln^2 z = 16; \quad l = 2^x; \quad k = \sin^2 y; \quad m = \ln^2 z; \text{ тогда}$$

$$l^2 + k^2 + m^2 = 16$$

$$2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^2 z = 2l + 3k + 6m; \text{ тогда по неравенству КБШ (Косин - Бунаковский - Шварца).}$$

$$2l + 3k + 6m \leq \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{l^2 + k^2 + m^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{x+1} + 3 \sin^2 y - 6 \ln^2 z \leq 28 \text{ з.т.г.}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-85

N5

Ка

1) $F_c = k \vec{v}$

$$v_{hx} = v_{hx} + \int_t^{t_2} a_x dt ;$$

$$v_{hx} = 0 \text{ м/с}$$

$$t_1 = 0 \text{ с}$$

$$t_2 = 2 \text{ с (из графика)}$$



По 2 З.Н. Ох: $ma = mg - F_c$

$$a = g$$

2) Когда тело остановилось

$$v_{hx} = 0 ; v_{hx} = -v_h ; a_x = a$$

$$0 = -v_h + \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

$$v_h = \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

Интеграл от ускорения по времени $\Rightarrow \int_a^b a dt$

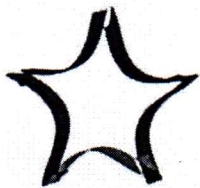
$$S_n = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2$$

$$a_1 = 20 \text{ м/с}^2 ; a_2 = 10$$

Т.н. интеграл от ускорения и времени - это скорость $\Rightarrow$

$$v_h = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2 \Rightarrow v_h = 50 \text{ м/с}$$

Ответ: 30 м/с



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-85

N2

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_3 x \cdot \log_5 y}{2 \log_2 (xy)} = \frac{1}{3} \\ \frac{\log_3 y \log_5 z}{2 \log_5 (yz)} = \frac{3}{5} \\ \frac{4 \log_3 z \log_5 x}{3 \log (zx)} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_2 (xy)}{\log_3 x \cdot \log_5 y} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_5 (zy)}{\log_3 y \cdot \log_5 z} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2 (zx)}{\log_3 z \log_5 x} = \frac{4}{3} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_5 xy}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{\log_2 zy}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_5 xz}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\log_2 y + 1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{\log_2 z + 1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \\ \frac{\log_3 x + 1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} \\ \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3} \end{array} \right.$$

Заменим это
наш систем
найти и выразить
 $\frac{1}{\log_3 y}$, тогда

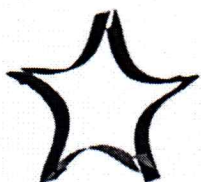
$$\frac{3}{2} - \frac{1}{\log_3 x} = \frac{5}{6} - \frac{1}{\log_3 z} \Rightarrow \frac{1}{\log_3 z} = 3 \Rightarrow z = 27$$

$$\frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{3} \Rightarrow \log_3 y = 2 \Rightarrow y = 9$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$$

Ответ: $x=3$; $y=9$; $z=27$.





Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 612-11-85

№

1) Соединим точки $B-B'$ и $A-A'$

Они параллельны пересечению в
одинаковых центре ищут $(37; 37)$
(по свойству ищут)

2) Продолжение прямых пересечаются
на ищут

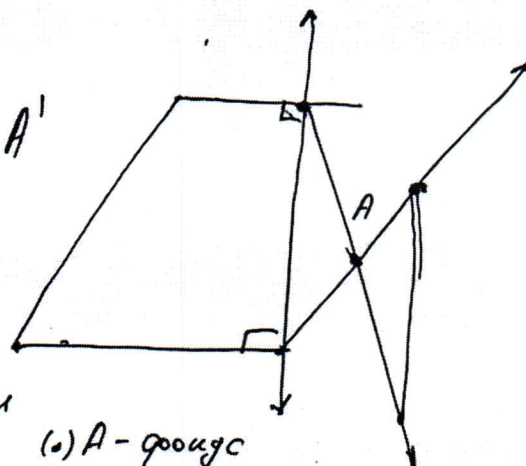
3) Опустим перпендикуляры на ищут из точек, ищут
по условию, соединим их.
точкой их пересечения будет фокус.
координаты фокусов:

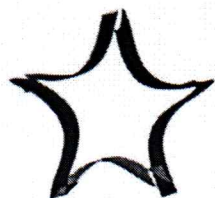
$(39; 39)$

$(32; 34)$

Ответ: . координаты центра $(37; 37)$

коор. фокусов $(32; 34)$

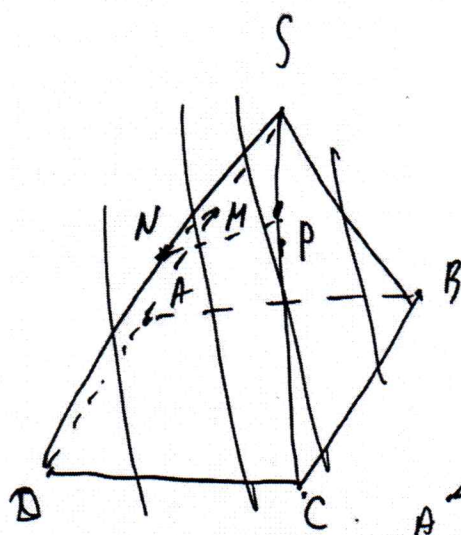




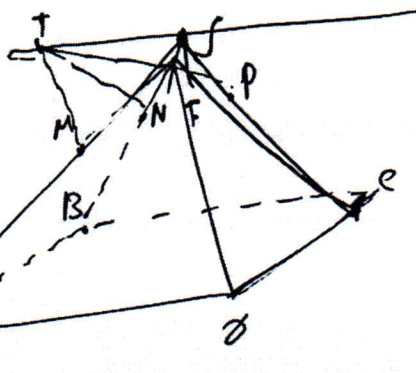
Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр 61/2-11-85

N1



Δ T - тень
BC=a



F ∈ SB

ADP и BPC проходят AD и BC, которые ||
ADP ∩ BPC = SM, SM || AD || BC (TF) - MN || SZ

F - SB ∩ TP MNP - сечение

MF || NP; ∠TFM = ∠TPN; ∠TFM = ∠TPN ⇒ Δ TFM ~ Δ TPN

$$\frac{TM}{TN} = \frac{TF}{TP}$$

$$ST = EP = KC - BF = a + x$$

$$SNT \sim \Delta BNF$$

$$ST = BF \cdot \frac{SN}{SD} = 3x$$

$$\frac{SP}{PO} = \frac{SA}{MA} = \frac{2R}{9}$$

Ответ: $\frac{9}{22}$