

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	2	12	8	13	10	10	15	15	85

Вариант 1

№1.

Пусть x – вложил каждый из n студентов.
~~По~~ По условию:

$$\begin{cases} xn = k, & (1) \\ x(n-2) + 1000(n-2) = k, & (2) \end{cases} \text{ где } k \text{ – стоимость колечки}$$

Вычтем из (1) (2). Получим:

$$xn - x(n-2) - 1000(n-2) = 0.$$

$$x = 500(n-2)$$

Подставим полученный x в (1):

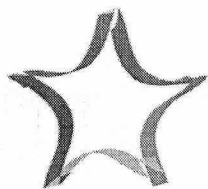
$$500n^2 - 1000n = k, \text{ где } 8000 \leq k \leq 20000$$

Заметим, что $n \geq 7$, иначе $k < 8000$

и $n \leq 7$, иначе $k > 20000$

Значит $n = 7$. При $n = 7$, $k = 18000 - 6000 = 12000$.

Ответ: 12000 рублей



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N 2

1, 2, 3, 4, ..., 80

Чтобы число было наибольшим, нужно чтобы в самых первых разрядах стояли наиб-ие цифры, т.е. девятки. Всего цифр $9 + 71 \cdot 2 = 151$, зн. наше число будет состоять из 71 цифры.

Будем вычеркивать цифры из ряда последовательно, чтобы получить "9". Первая появится после вычеркивания первых 8 цифр.

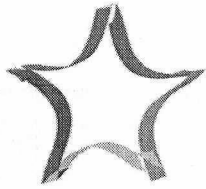
9, 10, 11, 12, ..., 80.

Следующая при вычеркивании 19 цифр (10, 11, ..., 18, 19). Следующие девятки аналогично.

Если в начале девяток хотя бы 5, то вычеркнув то $8 + 19 - 3 = 84 > 80$, зн. девяток максимум 4. Тогда у нас останется $80 - (8 + 19 - 3) = 15$ цифр.

В 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49.

Итого 7 из 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

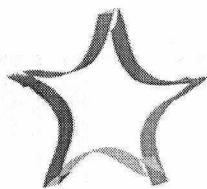
№ 2 (продолжение)

Заметили, что „8“ получить нельзя, т.к.
для этого необходимо вычеркнуть
17 цифр, что больше 15. Значит следующая
максимальная цифра – „7“. Она получается
вычеркиванием 15 цифр (от 4047... до 43464).
И значит число имеет вид:

9999 74849... 80.

Ответ: 9999 74849... 80

мет 3 из 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

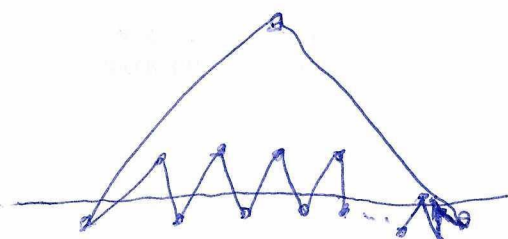
Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 7

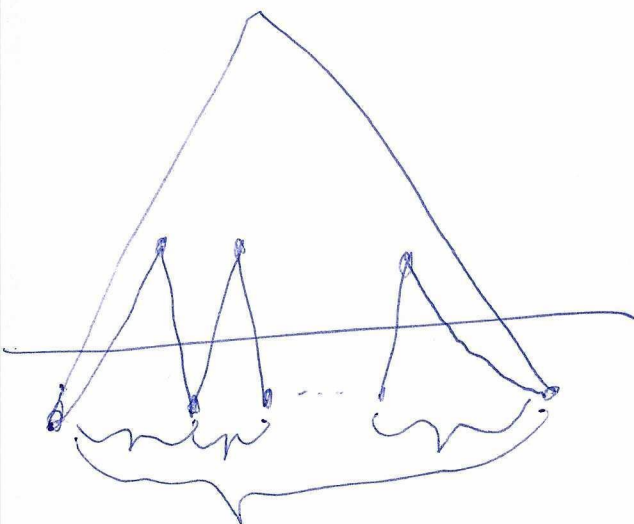
№3

а) 100 сторон.

Пример:



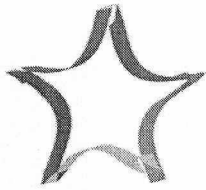
Положте элемент
будет $\frac{100-2}{2} = 49$.



98 сегментов по 2 отрезка. точек лежит выше,
а другая половина

ниже, а зн. точек чётно,
что противоречит условию с
99 точками.

Мет 4 из 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N4.

Заметили закономерность:

$$4^0 = 1 \quad (1) \quad \text{Сумма цифр}$$

$$4^1 = 4 \quad (4)$$

$$4^2 = 16 \quad (7)$$

$$4^3 = 64 \quad (10)$$

$$4^4 = 256 \quad (13)$$

⋮

$$4^n = \dots (1+3 \cdot n).$$

У числа вида 4^n сумма цифр будет представ-
ляться в виде $(1+3 \cdot n)$. Зн. у 4^{2024} сумма
цифр равна $1+2024 \cdot 3 = 6073$.

$$4^{2024}$$

$$\underbrace{6073}_{16}$$

$$\underbrace{16}_7$$

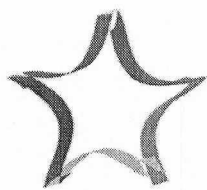
$$7$$

$$7$$

Тогда пятый член
последовательности - это 7 .

Ответ: 7

лист 5 из 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы					10				

Вариант 1

№5 дано:

$$\rho_1 = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = 4000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$R = R_1 = R_2 = 0,02 \text{ м}$$

$$r = 0,01 \text{ м}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = ?$$

Решение:

$$m_1 = V_1 \rho_1 + V_2 \rho_2 \quad \text{Пусть } h - \text{длина провода, тогда:}$$

$$V_1 = \pi r^2 \cdot h$$

$$V_2 = \pi R^2 h - \pi r^2 \cdot h$$

$$m_1 = \pi r^2 h \rho_1 + \pi R^2 h \rho_2 - \pi r^2 h \rho_2$$

$$m_2 = V_1 \rho_2 + V_2 \rho_1$$

$$m_2 = \pi r^2 \cdot h \rho_2 + \pi R^2 h \rho_1 - \pi r^2 h \rho_1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi r^2 h \rho_1 + \pi R^2 h \rho_2 - \pi r^2 h \rho_2}{\pi r^2 h \rho_2 + \pi R^2 h \rho_1 - \pi r^2 h \rho_1} = \frac{r^2 \rho_1 + R^2 \rho_2 - r^2 \rho_2}{r^2 \rho_2 + R^2 \rho_1 - r^2 \rho_1}$$

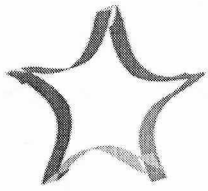
$$= \frac{r^2 \rho_1 + R^2 \rho_2 - r^2 \rho_2}{r^2 \rho_2 + R^2 \rho_1 - r^2 \rho_1}$$

Подставим:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,01^2 \cdot 2000 + 0,02^2 \cdot 4000 - 0,01^2 \cdot 2000}{0,01^2 \cdot 4000 + 0,02^2 \cdot 2000 - 0,01^2 \cdot 2000} = \frac{8}{5} = 1,6$$

Ответ: 1,6

Мет 6 из 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№ 6. $T_1 = 600^\circ\text{C}$

$m_b = V \rho$ $T_2 = 900^\circ\text{C}$

$m_b = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 2 \text{ кг}$. Температура кипения воды равна 100°C .

Мощность плиты не учитывалась, а значит:

$$N = \frac{Q}{t} = \frac{c_b m_b (t_{100} - t_0)}{T_1} = \frac{c m_a (L m_a + c_b m_a (t_{100} - t_0))}{T_2}$$

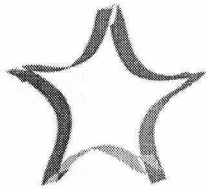
$$m_a (L + c_b (t_{100} - t_0)) = \frac{T_2 c m_b (t_{100} - t_0)}{T_1}$$

$$m_a = \frac{T_2 c_b m_b (t_{100} - t_0)}{T_1 (L + c_b (t_{100} - t_0))}$$

Подставляем:

$$m_a = \frac{900^\circ\text{C} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 2 \text{ кг} \cdot 100^\circ\text{C}}{600^\circ\text{C} \cdot (3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 100^\circ\text{C})} = 1,68 \text{ кг}$$

Ответ: 1,68 кг.



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1 выполняется

1 случай (тело тонет)

Т.к. по условию тело полностью в воде и в равновесии, то $F_A = mg + F$

$$F_A = \rho_m V_m g$$

$$m = V_m \rho_m$$

$$\rho_m V_m g = V_m \rho_m g + F$$

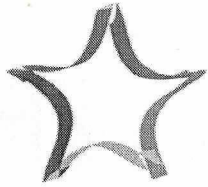
$$\rho_m = \frac{\rho_m V_m g - F}{V_m g}$$

Подставим:

$$\rho_m = \frac{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - 2 \text{Н}}{10^{-3} \text{м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} = \frac{8 \text{Н}}{10^{-3} \text{м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}} =$$

$$= 800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

N 7 (продолжение) *поиск*
II случай (тело ~~всплывает~~), тогда:

$$F_A + F = mg$$

$$F_A = \rho_m V_m g$$

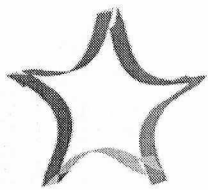
$$m = V_m \rho_m$$

$$\rho_A \rho_m V_m g + F = \rho_m V_m g$$

$$\rho_m = \frac{\rho_A V_m g + F}{V_m g}$$

$$\rho_m = \frac{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}} + 2 \text{ Н}}{10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\text{Ответ: } 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 7

N 8

$$m_1 = 9 \text{ кг}$$

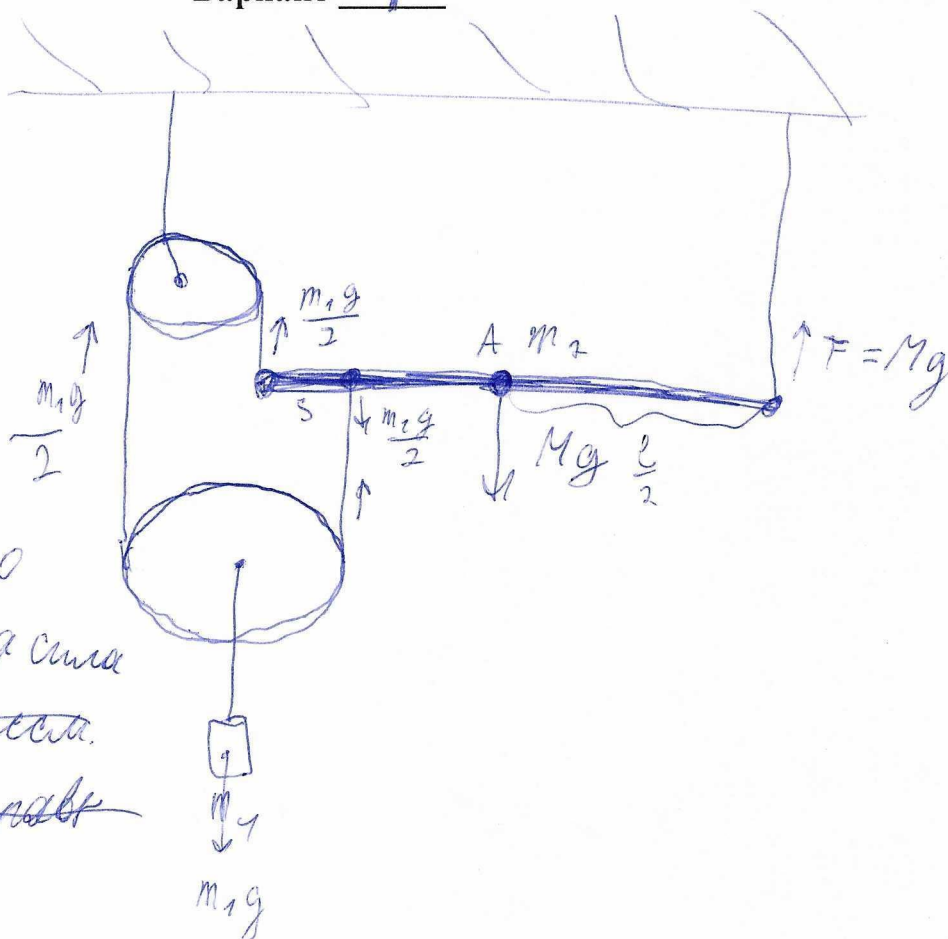
$$c = 0,5 \text{ м}$$

Отметим т. А -
середину стержня.

П.к. от однородит, то
оттуда же направлена сила
тяжести Mg . Рассм.

р. П.к. силы урав

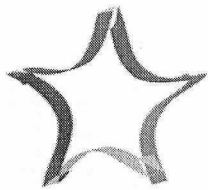
П.к. система в
равновесии, то силы уравновешены у стержня.



$$F + \frac{m_1 g}{2} = \frac{m_1 g}{2} + Mg$$

$$F = Mg.$$

лет, 10 ил 11



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 34-08-16

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант 1

№8 (продолжение)

Рассм. правило моментов относительно точки А:

$$\frac{m_1 g}{2} \cdot \frac{l}{2} = Mg \cdot \frac{l}{2} + \frac{m_1 g}{2} \cdot \left(\frac{l}{2} - s\right) \quad 1.2$$

$$m_1 g \cdot \frac{l}{2} = Mg \cdot l + m_1 g \cdot \left(\frac{l}{2} - s\right)$$

$$Mg l = m_1 g \cdot \frac{l}{2} - m_1 g \left(\frac{l}{2} - s\right)$$

$$M = \frac{m_1 g \frac{l}{2} - m_1 g \left(\frac{l}{2} - s\right)}{l g}$$

$$M = \frac{1 \text{ кг} \cdot 0,25 \text{ м} - 1 \text{ кг} \cdot (0,25 \text{ м} - 0,1 \text{ м})}{0,5 \text{ м}} = 0,2 \text{ кг.}$$

Ответ: 0,2 кг

Лист 11 из 11