



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-09-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы	12	12	10	13	4	10	15	15	91

Вариант I

№1

$$\begin{cases} x^2 + 2 = (y+z)^2 \\ y^2 + 3 = (x+z)^2 \\ z^2 + 4 = (x+y)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2 = y^2 + 2yz + z^2 \\ y^2 + 3 = x^2 + 2xz + z^2 \\ z^2 + 4 = x^2 + 2xy + y^2 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 9 = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2yz + 2xz + 2xy$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2yz + 2xz + 2xy = 9$$

$$(x+y+z)^2 = 9$$

$$x+y+z = 3$$

$$x+y = 3-z$$

$$z^2 + 4 = (3-z)^2$$

$$z^2 + 4 = 9 - 6z + z^2$$

$$6z = 5$$

$$z = \frac{5}{6}$$

$$x+z = 3-y$$

$$y^2 + 3 = (3-y)^2$$

$$y^2 + 3 = 9 - 6y + y^2$$

$$6y = 6$$

$$y = 1$$

$$y+z = 3-x$$

$$x^2 + 2 = (3-x)^2$$

$$x^2 + 2 = 9 - 6x + x^2$$

$$6x = 7$$

$$x = \frac{7}{6}$$

Проверка: $x+y+z = 3$

$$\frac{7}{6} + 1 + \frac{5}{6} = 3$$

верно

Ответ: $x = \frac{7}{6}$; $y = 1$; $z = \frac{5}{6}$

12.

решения не положительны, значит не подходит.

№2	До сбега	После сбега	Всего	
I	$\frac{3}{4}k$	$\frac{6}{5}l$	$\frac{11}{10}(l+k)$	$k \in \mathbb{N}; l \in \mathbb{N}$

II	k	l	$l+k$	$75\% = \frac{3}{4}; 120\% = \frac{6}{5}; 110\% = \frac{11}{10}$
----	-----	-----	-------	--

$$\begin{cases} \frac{3}{4}k + \frac{6}{5}l = \frac{11}{10}(l+k) & 1.20 \\ (l+k)(\frac{11}{10} \cdot \frac{10}{10}) < 250 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15k + 24l = 22(l+k) \end{cases}$$

$$\begin{cases} l+k < \frac{250}{2.1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7k = 2l \end{cases}$$

$$\begin{cases} l+k < 119 \end{cases}$$

$k:4$, чтобы было возможно взять $\frac{3}{4}$

$l:5$, чтобы было возможно взять $\frac{6}{5}$

Предбг

k	l		
4	14	-	$28+98=126$
8	28	-	$126 > 119$
12	42	-	
16	56	-	
20	70	+	
24	84	-	
28	98	-	

$$k=20$$

$$l=70$$

$$(k+l)=90$$

Ответ: 90 покупателей

№3

К каждому многоугольнику составленному без A , можно присоединить точку A и он всегда останется выпуклым. Однако, если составить треугольник с точкой A , то многоугольник, содержащий все вершины кроме A будет уже не возможно построить, так как всего 2 вершины останутся и образуются отрезок

$$\Delta \rightarrow \underline{C_{2023}^2} - ?$$

с A больше ✓

(10)



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-09-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант I

N4

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$g(x) = x^2 + 6x + 2024$$

$$f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

$$f(g(x)) = (g(x)-x_1)(g(x)-x_2)(g(x)-x_3) \neq 0$$

$$f(g(x)) = 0$$

Доказать: $f(2024) > 729$

$$\begin{cases} g(x) - x_1 \neq 0, \\ g(x) - x_2 \neq 0, \\ g(x) - x_3 \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_1 < 0, \\ D_2 < 0, \\ D_3 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 2024 - x_1 \neq 0, \\ x^2 + 6x + 2024 - x_2 \neq 0, \\ x^2 + 6x + 2024 - x_3 \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_1 = 36 - 4(2024 - x_1), \\ D_2 = 36 - 4(2024 - x_2), \\ D_3 = 36 - 4(2024 - x_3); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36 - 4(2024 - x_1) < 0, \\ 2024 - x_2 > 9, \\ 2024 - x_3 > 9; \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2024 - x_1 > 9, \\ 2024 - x_2 > 9, \\ 2024 - x_3 > 9; \end{cases}$$

$$f(2024) = (2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3)$$

$$(2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > 9^3$$

$$9^3 = 81 \cdot 9 = 729$$

$$(2024 - x_1)(2024 - x_2)(2024 - x_3) > 729$$

27112

N5

Дано:

$$V_0 = 40 \text{ м/с}$$

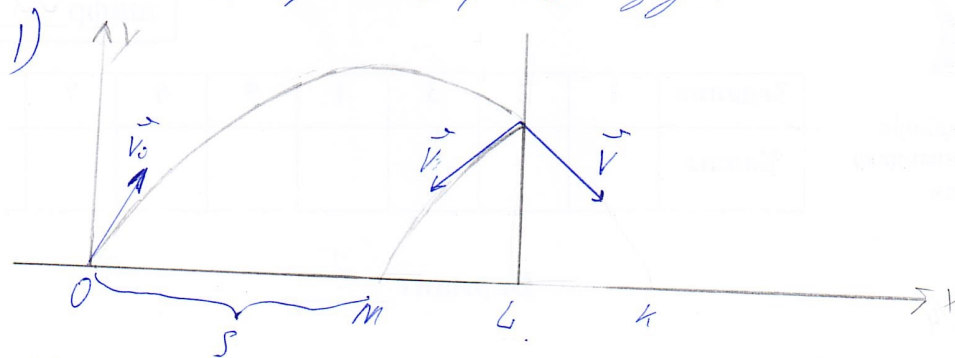
$$\angle = 60^\circ$$

$$V = 30 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$S = ?$$

Возможно 2 рисунка и 2 решения задачи



$$ML = LK$$

$$S = OK = 2LK$$

$$x = x_0 + v_x t = \frac{g t^2}{2}$$

$$V = V_0 + \frac{g t}{2}$$

$$v_x = V_0 \cdot \cos \angle$$

$$v_y = V_0 \sin \angle + \frac{g t}{2}$$

$$v_y = \sqrt{V^2 - v_x^2}$$

$$v_x = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ (м/с)}$$

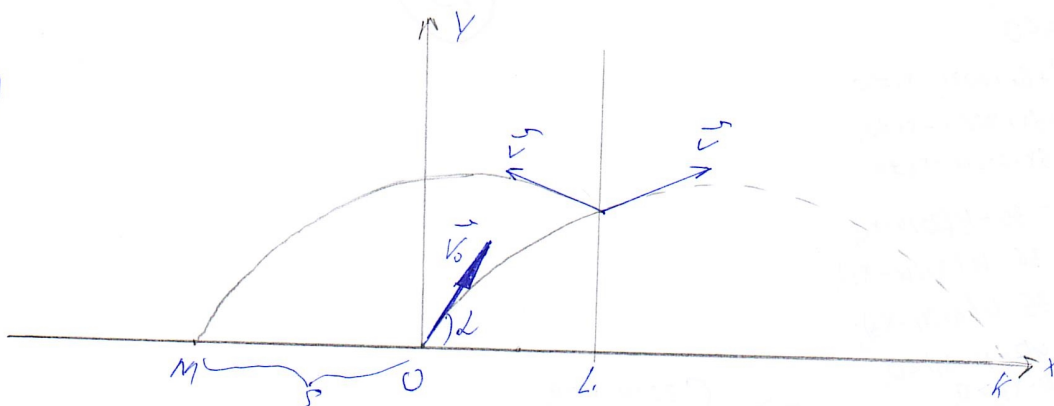
$$v_y = \sqrt{30^2 - 20^2} = 10\sqrt{5} \text{ (м/с)}$$

$$\frac{g t}{2} = v_y - V_0 \sin \angle$$

$$t = \frac{2(v_y - V_0 \sin \angle)}{g}$$

$$t = \frac{2(-10\sqrt{5} - 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})}{10} = -0,2(10\sqrt{5} + 20\sqrt{3}) = -2\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$$

2)



$$ML = LK$$

$$S = OK = 2OL$$

$$x = x_0 + v_x t = \frac{g t^2}{2}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \frac{\vec{g} t}{2}$$

$$v_x = V_0 \cdot \cos \angle$$

$$v_y = V_0 \sin \angle + \frac{g t}{2}$$

$$v_y = \sqrt{V^2 - v_x^2}$$

$$v_x = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ (м/с)}$$

$$v_y = \sqrt{30^2 - 20^2} = 10\sqrt{5} \text{ (м/с)}$$

48



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

шифр 52-09-01

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	Всего
Баллы									

Вариант I

№6

Дано:

$$h_1 = 120 \text{ см}$$

$$S = 15 \text{ см}^2$$

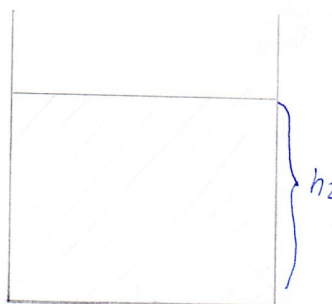
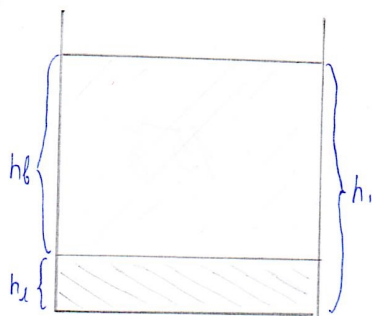
$$h_2 = 115 \text{ см}$$

$$\rho_B = 12 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_A = 0,92 \text{ г/см}^3$$

$m_A = ?$

$m_B = ?$



$$\begin{cases} h_1 = \frac{m_B}{\rho_B S} + \frac{m_A}{\rho_A S} \\ h_2 = \frac{m_B + m_A}{\rho_B S} \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1 = \frac{m_B}{\rho_B S} + \frac{m_A}{\rho_A S} \\ h_2 = \frac{m_B}{\rho_B S} + \frac{m_A}{\rho_B S} \end{cases}$$

$$\Delta h = h_1 - h_2$$

$$\Delta h = \frac{m_A}{S} \left(\frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_B} \right) = \frac{m_A \cdot (\rho_B - \rho_A)}{S \cdot \rho_A \cdot \rho_B}$$

$$m_A = \frac{S \rho_A \rho_B \Delta h}{\rho_B - \rho_A}$$

$$m_B + m_A = h_2 \rho_B S$$

$$m_B = h_2 \rho_B S - \frac{S \rho_A \rho_B \Delta h}{\rho_B - \rho_A}$$

$$\left[\rho = \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot \frac{\text{см}^3}{\text{см}^3} = \frac{\text{г} \cdot \text{см}^3}{\text{см}^3 \cdot \text{см}^3} = \frac{\text{г} \cdot \text{см}^3}{\text{см}^6} \right]$$

$$m_A = \frac{15 \cdot 0,92 \cdot 12 \cdot (120 - 115)}{1 - 0,92} = 675 \text{ (г)} \quad \checkmark$$

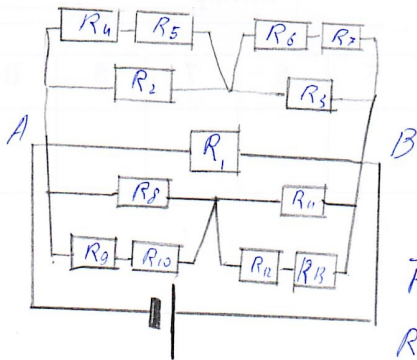
$$m_B = 115 \cdot 15 - 675 = 1050 \text{ (г)} \quad \checkmark$$

$$\text{Ответ: } m_A = 675 \text{ г}; m_B = 1050 \text{ г}$$

105

N/7

Дано:
 $R_5 = 10 \text{ Ом}$
 $R_{\text{общ}} = ?$



$$\frac{1}{R_{2,45}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{3}{20}$$

$$R_{3,67} = R_{2,45}$$

$$\frac{1}{R_{2,3,4,5,6,7}} = \frac{3}{40}$$

$$\frac{1}{R_{2,3,4,5,6,7}} = \frac{1}{R_{8,9,10,11,12,13}} = \frac{3}{40}$$

$$R_T = \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{40} + \frac{3}{40} + \frac{1}{10} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = \frac{1}{R_{\text{общ}}}$$

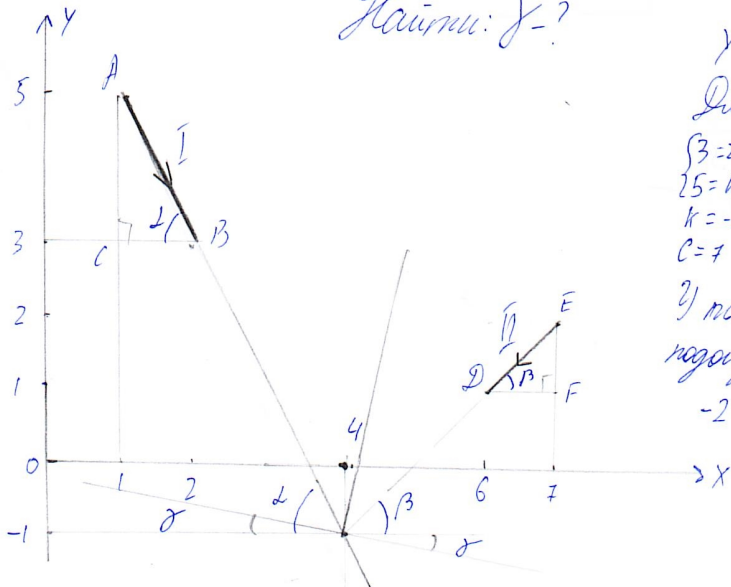
$$R_{\text{общ}} = 4$$

Ответ: $R_{\text{общ}} = 4 \text{ Ом}$

158

N/8

Найти: $\gamma = ?$



$$y = kx + c$$

Для I:

$$\begin{cases} 3 = 2k + c \\ 15 = k + c \\ k = -2 \\ c = 7 \end{cases}$$

Для II:

$$\begin{cases} 1 = 6k + c \\ 2 = 7k + c \\ k = 1 \\ c = -5 \end{cases}$$

У точки пересечения координаты
 подставят в к I и во II

$$-2x + 7 = x - 5$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$y = -1$$

$\triangle ABC$

$$AB = \sqrt{CB^2 + CA^2} = \sqrt{5} \quad \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{5}}{\sin 90^\circ} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

$$\sqrt{5} = \frac{2}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\alpha \approx 63,4^\circ \quad \checkmark$$

$$\gamma = \frac{\alpha - \beta}{2} = \frac{63,4 - 45}{2} = 9,2^\circ$$

Ответ: $\gamma = 9,2^\circ \quad \checkmark$

$\triangle DEF$

$$\beta = 45^\circ \quad \checkmark$$

$$\frac{\alpha - \beta}{2} = \gamma$$

158