

Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

шифр 61/2-11-41

| Задание | 1 | 2 | 3  | 4 | 5  | 6  | 7  | 8 | Всего |
|---------|---|---|----|---|----|----|----|---|-------|
| Баллы   | 0 | 4 | 13 | 5 | 15 | 10 | 10 | 4 | 61    |

Вариант 1

5) Дано:  
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$   
 $v_H = ?$

На тело действуют силы сопротивления:  $\vec{F}_c = -k\vec{v}$

$$v_k = v_{Hx} + \int_{t_1}^{t_2} a_x dt$$

$$v_{kx} = 0 \frac{м}{с}; \quad t_1 = 0 \text{ с}; \quad t_2 = 2 \text{ с (ан. пр.)}$$

23К: Ох:  $ma = mg + F_c$ , Отметим, что  $a = g$ ,  
когда тело остановилось.

$$v_{kx} = 0; \quad v_{Hx} = -v_k; \quad a_x = a.$$

$$0 = -v_k + \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

$$v_k = \int_{t_1}^{t_2} a dt; \quad \int_{t_1}^{t_2} a dt = S_a; \quad S_a = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2.$$

$$a_1 = 20 \frac{м}{с^2}; \quad a_2 = 10 \frac{м}{с^2}.$$

$$v_k = \frac{a_2 + a_1}{2} t_2; \quad v_k = \frac{10 + 20}{2} \cdot 2 = 30 \frac{м}{с}.$$

Ответ:  $30 \frac{м}{с}$ .

6) Дано:



$v_1 = ?$   
 $v_2 = ?$

ЗСМ:

$$0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2.$$

ЗСЭ:

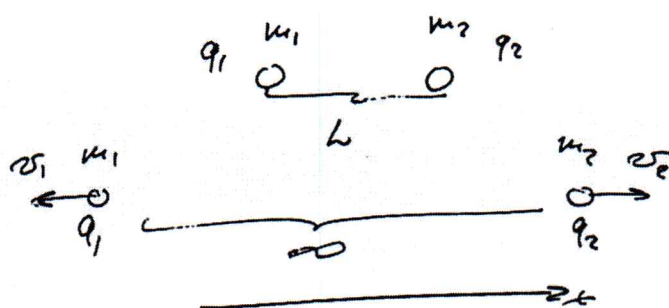
$$\frac{k q_1 q_2}{L} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$$\frac{2k q_1 q_2}{L} = m_2 v_2^2 \left( \frac{m_1 + m_2}{m_1} \right)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 \cdot m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}$$

$$\text{Ответ: } v_1 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 m_2}{L m_1 (m_1 + m_2)}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2k q_1 q_2 m_1}{L m_2 (m_1 + m_2)}}$$





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 61/2-11-41

1) Дано:  
 $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$   
 $\frac{SN}{ND} = \frac{1}{3}$   
 $\frac{SP}{PC} = \frac{1}{4}$   
 $x \in MNP$   
 $\frac{SX}{XB} = ?$

Введём прямоугольную  
систему  $x, y, z$ :

$A(0; 0; 0)$   $D(x; 0; 0)$   
 $B(x_1; y_1; 0)$

$C(x_1 + x_2; y_1; 0)$   $S(x_1^*; y_1^*; z)$

$M(\frac{2}{3}x^*, \frac{2}{3}y^*, \frac{2}{3}z^*)$

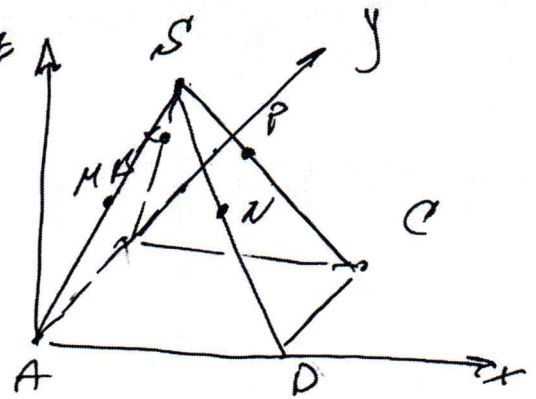
$N(\frac{3}{4}x^* + \frac{1}{4}x_1, \frac{3}{4}y^* + \frac{1}{4}y_1, \frac{3}{4}z^*)$

$P(\frac{4}{5}x^* + \frac{1}{5}(x_1 + x_2), \frac{4}{5}y^* + \frac{1}{5}y_1, \frac{4}{5}z^*)$

$\frac{2}{3}x^*b + \frac{2}{3}y^*c + \frac{2}{3}z^*d + a = 0$ , ~~составляем~~  $\rightarrow$

$\frac{SX}{XB} = \frac{1}{5}$

Отсюда:  $\frac{SX}{XB} = \frac{1}{5}$





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 61/2-11-42

4) Дано:  
 $T = 100^\circ\text{C}$   
 $m_1 = 0$   
 $h_0 = 0,3 \text{ м}$   
 $h = 0,1 \text{ м}$   
 $p_2 = 2 p_1$   
 $m_1 = ?$   
 $S = 100 \text{ см}^2 = 0,01 \text{ м}^2$   
 $\mu = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$   
 $p_a = 10^5 \text{ Па}$   
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$

$$T = 373 \text{ К}$$

$28^\circ\text{C}$ : поршень: ок:

$$F_1 = F_2$$

$$p_a S = p_2 S$$

$$p_2 = p_a \Rightarrow p_1 = \frac{p_a}{2}$$

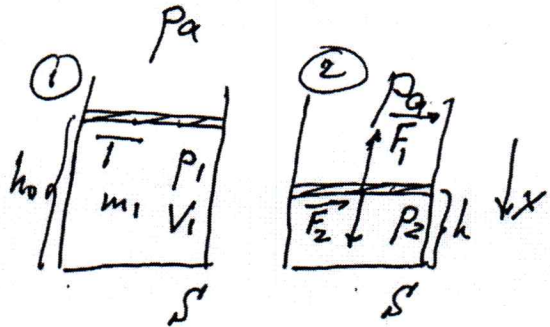
Ур. Менделеева - Клапейрона для сос (1):

$$p_1 V_1 = 2RT ; \quad \rho = \frac{m}{V} ; \quad V_1 = h_0 S$$

$$\frac{p_a h_0 S \mu}{2RT} = m_1 ; \quad m_1 = \frac{10^5 \cdot 0,3 \cdot 10^{-2} \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31 \cdot 373}$$

$$m_1 = \frac{0,3 \cdot 18}{2 \cdot 8,31 \cdot 373} = 0,84 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$$

Ответ:  $0,84 \text{ г}$ .



8) 1) Соединим точки B-B' и A-A'. - они пересекаются  
 в оптическом центре линзы (во всех пунктах  
 используем 2 свойства линзы)

2) Продолжим прямые A-B' и B-A' - они пересекаются  
 на линзе.

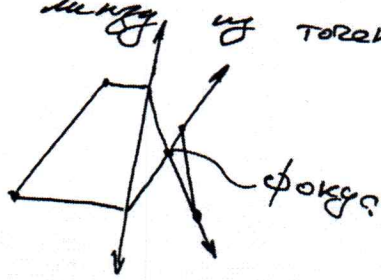
Координаты оптического центра: (36; 36).

3) Опустим перпендикуляр на линзу из точек и  
 соединим с ними перес.:  
 Точка пересечения - фокус.

Координаты фокусов:

(39; 39)

(31; 34).



Ответ: оптический центр: (36; 36)

фокусы: (39; 39) и (31; 34).

3) Пусть  $a = 2^x$ ;  $b = \ln^3 z$ ;  $c = \sin^2 y$ .  $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 16$ .  
 Используя неравенство Коши - Буняковского - Шварца:  
 $2^{x+1} + 3 \ln^2 y - 6 \ln^3 z = 2a + 3c - 6b \leq \sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} =$   
 $= 7 \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28 \Rightarrow 2^{x+1} + 3 \ln^2 y - 6 \ln^3 z \leq 28, \text{ и т.д.}$





Многопрофильная  
инженерная олимпиада  
«Звезда»

Шифр 61/2-11-41

- 4)  $(\cos(10^\circ))^n = (\cos(10^\circ))^n = \cos 80^\circ$ ,  $n > 2$ , угол  
тогда:  $a_1 \cos x + (a_2 + a_3 \cos 2x + a_4 \cos 4x) \sin x = \cos 10^\circ \cos x + \cos 80^\circ \sin x$   
 ~~$F(x) = \cos 80^\circ \sin x + \cos 10^\circ \cos x$~~   
 $F(x) = \cos 80^\circ \sin x + \cos 10^\circ \cos x \Rightarrow$   
 $F'(x) = \cos 80^\circ \cos x - \cos 10^\circ \sin x \Rightarrow \cos x + \cos 80^\circ - \sin x \cos 10^\circ = 0$   
Положим на  $\cos x$ ,  $\cos x \neq 0$ ,  $\tan x = \frac{\cos 80^\circ}{\cos 10^\circ}$   
- максимум функции  $\Rightarrow x = \arctan \frac{\cos 80^\circ}{\cos 10^\circ} = 10^\circ$   
 $\Rightarrow$  максимум:  $F(x) = \cos 80^\circ \sin 10^\circ + \cos 10^\circ \cos 10^\circ = -1$   
Т.к. функция  $F(x)$  - мин. значение,  $F(x) = -1$   
Ответ:  $-1$ .

- 2)  ~~$\log_2 x \log_3 y = \log_2 x + \log_3 y$~~   
 ~~$\log_3 y \log_5 z = 3 \log_3 y + 2 \log_5 z$~~   
 ~~$\log_5 z \log_2 x = \log_2 z + \log_2 x$~~   
 $\log_2 x \log_3 y = \frac{1}{9}$   
 $\log_3 y \log_5 z = \frac{7}{5}$   
 $\log_5 z \log_2 x = 1$   
 $\Rightarrow$   
 $\frac{\log_2 x}{\log_3 y} = \frac{3}{2}$   
 $\frac{\log_3 y}{\log_5 z} = \frac{5}{6}$   
 $\frac{\log_5 z}{\log_2 x} = \frac{4}{3}$   
 $\Rightarrow$   
 $\frac{1}{\log_3 y} + \frac{1}{\log_3 x} = \frac{3}{2}$   
 $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 z} = \frac{4}{3}$   
 $\frac{1}{\log_3 z} + \frac{1}{\log_3 y} = \frac{5}{6}$   
вет.  $\log_3 y = 2 \Rightarrow y = 9$   
 $\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$   
 $\log_3 z = 3 \Rightarrow z = 27$   
Ответ:  $x=3$   
 $y=9$   
 $z=27$