

Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-66-11-11

Задача 1.

Дано:

$$r = 54,6 \text{ млн. км}$$

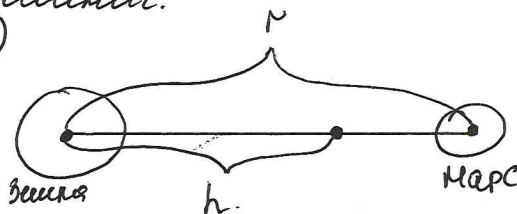
$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

h - ?

Решение:

1)



Пусть точка имеет массу m_T

2) По условию задачи в точке
 $F_{тяг(М)} = F_{тяг(З)}$

$$F_{тяг(М)} = G \frac{M(М) \cdot m_T}{(r-h)^2}, \quad F_{тяг(З)} = G \frac{M(З) \cdot m_T}{h^2}$$

$\Downarrow$

$$G \frac{M(М) \cdot m_T}{(r-h)^2} = G \frac{M(З) \cdot m_T}{h^2}$$

$$\frac{M(М)}{(r-h)^2} = \frac{M(З)}{h^2}$$

$$M(М) \cdot h^2 = M(З) \cdot (r-h)^2$$

$$M(М) \cdot h^2 = M(З) \cdot (r^2 - 2rh + h^2)$$

$$6,4 \cdot 10^{23} \cdot h^2 = 6 \cdot 10^{24} \cdot (54,6^2 - 2 \cdot 54,6 \cdot h + h^2) / 10^6$$

$$6,4 \cdot 10^{23} \cdot h^2 = 60 \cdot (54,6^2 - 2 \cdot 54,6 \cdot h + h^2)$$

$$6,4 \cdot 10^{23} \cdot h^2 = 6 \cdot 10^{24} \cdot ((54,6 \cdot 10^6)^2 - 2 \cdot 54,6 \cdot 10^6 \cdot h + h^2) / 10^6$$

$$6,4 \cdot 10^{23} \cdot h^2 = 60 \cdot (2,98416 \cdot 10^5 - 109,2 \cdot 10^6 h + h^2)$$

$$\Rightarrow h_1 = 41,158 \text{ млн. км}$$

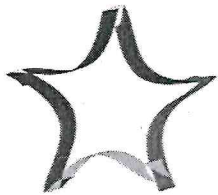
$$h_2 = 81,081 \text{ млн. км.}$$

Ответ: $h = 41,158 \text{ млн. км.}$

h - расстояние
точки от Земли

m_T - масса
точки

~~Решение:~~



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр A-66-11-11

Задача 2.

Дано:

$$R_M = 3430 \text{ км}$$

$$M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g_M = ?$

СИ

$$3430 \cdot 10^3 \text{ м}$$

Решение:

$$F_{тяг} = mg_M$$

$$F_{тяг} = G \frac{M \cdot m}{R_M^2} \Rightarrow mg_M = G \frac{M \cdot m}{R_M^2}$$

$$g_M = G \frac{M}{R_M^2}$$

$$g_M = 6,67 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}}{(3430 \cdot 10^3 \text{ м})^2} \approx 3,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $3,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Задача 4.

Дано:

$$h = 3430 \text{ км}$$

$$R = 3430 \text{ км}$$

$\frac{A_1}{A_2} = ?$

СИ

$$34,3 \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$34,3 \cdot 10^3 \text{ м}$$

Решение:

1) Работа на поднятие спутника:

$$A_1 = -G \frac{M \cdot m}{(R+h)} - \left(-G \frac{M \cdot m}{R} \right) =$$

$$= -G \frac{M \cdot m}{(R+h)} + G \frac{M \cdot m}{R} = GM \cdot m \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h} \right) =$$

$$= GM \cdot m \left(\frac{R+h-R}{R(R+h)} \right) = \frac{GM \cdot m \cdot h}{R(R+h)}$$

2) Работа на запуск спутника:

равна кинетической энергии:

$$A_1 = E_k = \frac{mV^2}{2}, \text{ где } V - \text{орбитальная скорость}$$

$$3) V = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

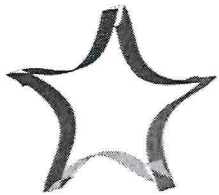
$$4) A_1 = \frac{m \cdot \left(\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \right)^2}{2} = \frac{mGM}{2(R+h)}$$

5) Найдём отношение:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{GM \cdot m \cdot h}{R(R+h)} \cdot \frac{2(R+h)}{mGM} = \frac{2h(R+h)}{R(R+h)} = \frac{2h}{R}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2h}{R} = \frac{2 \cdot 34,3 \cdot 10^3 \text{ м}}{34,3 \cdot 10^3 \text{ м}} = 2$$

Ответ: $\frac{A_1}{A_2} = 2$



Многопрофильная
инженерная олимпиада
«Звезда»

Шифр А-66-11-11

Задача 5.

Дано:	СИ
$S = 54,6 \text{ млн. км}$	$54,6 \cdot 10^5 \text{ км}$
$V = 12 \text{ км/с}$	
$t_{\text{полета}} = ?$	

Решение:

Найдем время полета по формуле

$$t_{\text{полета}} = \frac{S}{V}$$

$$t_{\text{полета}} = \frac{54,6 \cdot 10^5 \text{ км}}{12 \text{ км/с}} = 45,5 \cdot 10^5 \text{ (секунд)}$$

~~$$t_{\text{полета}} = \frac{45,5 \cdot 10^5 \text{ с}}{60 \text{ мин}} = 227500 \text{ мин}$$~~

~~$$t_{\text{полета}} = \frac{227500}{3} \cdot 60 = 11375$$~~

$$t_{\text{полета}} = \frac{45,5 \cdot 10^5}{60 \text{ мин}} = \frac{227500}{3} \text{ (минут)}$$

$$t_{\text{полета}} = \frac{227500}{3} : 60 = \frac{11375}{9} \text{ часов}$$

$$\rightarrow t_{\text{полета}} \approx 53 \text{ дн} \quad t_{\text{полета}} = \frac{11375}{9} : 24 = 52,66 \text{ (дней)}$$

Ответ: время полета 53 дня.

Задача 3.

Дано:	СИ
$V = 10 \text{ км/с}$	$1 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$m_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$	
$S = 49 \text{ м}^2$	
$F_{\text{миш}} = ?$	

Решение:

1) Выпущено в начальном момент времени.

$$p_0 = m_0 V$$

$$2) N = p \cdot S \cdot V$$

$$3) F_{\text{миш}} = N \cdot p_0 = p \cdot S \cdot V \cdot p_0$$

$$F_{\text{миш}} = (2 \cdot 10^{-5} \text{ кг})^2 \cdot 49 \text{ м}^2 \cdot (1 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 = 980 = 9,8 \cdot 10^2$$

$$\text{Ответ: } F_{\text{миш}} = 9,8 \cdot 10^2$$